Les marchés à terme sont-ils déstabilisateurs ?*

Heung Sick CHOE
Institut de recherche Hyandai, Séoul

Jacques CHRISSOS
Centre de recherche Germe, université de Lille II

Michel LEVASSEUR
Professeur à l'université de Lille II

De nos jours, il est incontestable que les marchés à terme jouent des rôles économiques importants. Que ce soit Paris, Chicago ou Londres, tous ces marchés jouent le rôle de place où des prix se forment par un mécanisme concurrentiel d'offres et de demandes. La négociation d'un actif standardisé (actif financier, ou bien physique) pour une livraison future dans des marchés organisés permet de se protéger contre le risque d'une évolution défavorable des prix. Elle fournit aussi une tribune pour la dissémination des informations et un lieu privilégié pour l'établissement d'un prix. On peut ajouter à ces utilités, une influence stabilisante de la volatilité du prix au comptant.

Les marchés à terme jouent le rôle d'une place financière où l'on peut se prémunir contre l'incertitude des fluctuations de prix par des opérations de couverture grâce à la fonction de transfert de risque. Autrement dit, on attribue à ces marchés le rôle d'assurance contre les fluctuations de prix, comme le fait une société d'assurance pour le risque d'accidents. Cette fonction a été initialement discutée par Keynes (1930) et Hicks (1939). Elle est considérée depuis longtemps comme le rôle économique le plus important de ces marchés.

Les marchés à terme sont des places financières où un ensemble d'individus échangent des informations sur les états futurs de l'économie et où l'on peut, grâce aux prix à terme, extraire des indications sur les conditions de l'établissement des prix futurs; c'est- la fonction de découverte des prix. Le prix à terme, en tant qu'estimateur agrégé des états futurs, apporte une information à chacun des opérateurs sur la nature des anticipations du marché. Il n'est pas nécessaire de participer directement aux marchés pour les obtenir; elles sont disponibles gratuitement (ou pour le prix d'un journal financier).

** Cet article est inspiré d'une recherche menée par les auteurs pour le compte du Commissariat général du plan en juillet 1986. Les opinions qui y sont contenues n'engagent, ni ne sont supportées par ce dernier.*

Ces fonctions des marchés à terme sont étroitement liées les unes aux autres. Les informations sur l'état futur de l'économie sont dispersées. Les individus ont des préférences et des richesses différentes. L'échange de contrats à terme provient de cette hétérogénéité. Puisque les individus ont des perceptions du risque, des quantités d'informations et des richesses différentes, certains veulent se prémunir contre le risque de fluctuation des prix et d'autres sont prêts à l'assumer à condition que l'exposition au risque soit suffisamment rémunérée. Les individus ayant des informations privées veulent profiter de leurs informations pour obtenir un gain exceptionnel.

RÔLES DES MARCHÉS À TERME ET EFFETS SUR LES PRIX

Les marchés à terme sont particulièrement adaptés aux besoins des individus hétérogènes. L'échange de contrats à terme permet aux arbitragistes de transférer le risque aux autres individus (spéculateurs ou *hedgers*) qui sont moins adverses au risque ou qui ont des informations différentes. La diversité des informations augmente le nombre de participants (surtout les spéculateurs) donc la liquidité de ces marchés. Cette liquidité élevée facilite non seulement le transfert de risque mais aussi l'agrégation des informations en un signal, le prix à terme. Celui-ci révèle partiellement ou totalement les informations détenues par les opérateurs. Il est évident que plus les individus sont informés, mieux ils peuvent s'adapter à l'incertitude future. En observant le prix à terme, ils peuvent établir de façon adéquate leurs plans d'offre et de demande. De ce fait, il est possible d'éviter des changements brutaux du prix sur le marché au comptant. L'échange de contrats à terme peut donc exercer une influence stabilisante sur le prix comptant.

Couverture routinière

Ainsi, les rôles économiques du marché à terme sont interdépendants. Cependant, dans la plupart des études sur ces marchés financiers, chaque rôle a été analysé indépendamment des autres. L'analyse de transfert du risque a été effectuée dans une économie où tous les opérateurs ont des informations identiques *(voir Johnson, 1960, ainsi que Anderson et Danthine, 1977, 1979 et 1980).* Le transfert des informations a été analysé dans un modèle purement spéculatif dans lequel les opérateurs des marchés à termes sont composés de deux groupes : les spéculateurs parfaitement informés et les spéculateurs non informés *(voir Grossman, 1977, et Brennan et Ulveling, 1984).* L'influence de l'échange de contrats à terme sur le prix au comptant a été traitée dans une économie où les individus sont informés de manière symétrique *(voir Turnovsky, 1983, et Artus, 1986).*

Le sujet le plus souvent traité dans les études de transfert du risque est l'analyse de la décision optimale d'arbitrage. Dans la littérature ancienne des marchés à terme, on recommandait à un producteur de vendre des contrats à terme pour un volume identique à sa production afin de se protéger contre le risque de prix *(voir Hieronymus, 1971).* Cette couverture dite « couverture routinière » a été longtemps reconnue comme la seule et la plus simple, pratiquée par les professionnels. Cette recommandation a été développée avec l'hypothèse d'un processus de production certain.

Assurance pure et spéculation pure

Les études récentes sur la couverture optimale incorporent non seulement l'incertitude de prix mais aussi celle de quantité. On a montré que la position à terme de l'arbitragiste n'est pas nécessairement de même taille que sa position sur le physique. Par exemple, Anderson et Danthine (op. cités) ont montré que l'arbitragiste prend une position sur le marché à terme, d'une part pour stabiliser ses revenus et d'autre part, pour augmenter son profit anticipé. De ce fait, sa position de couverture contient deux composantes : l'une équivalant à une assurance pure et l'autre correspondant à une spéculation pure.

Anderson et Danthine ont étudié la couverture optimale dans une économie où les opérateurs ont des informations symétriques. Or, à notre avis, leurs idées pourraient être encore généralisées dans le cas où les opérateurs ont des informations asymétriques. Un individu ayant une position dans un marché au comptant peut avoir des informations privées et partielles (par exemple, un agriculteur peut avoir des renseignements sur la récolte nationale mais pas sur la récolte mondiale). Il prend une position sur le marché à terme pour se prémunir contre le risque de fluctuations de prix et en même temps pour profiter de ses informations privées. Plus il a de connaissances sûres et importantes sur le prix futur, plus il augmente (diminue) la position spéculative (la position de couverture). Dans une économie où les informations sont dispersées, la position de l'arbitragiste a deux composantes : l'une d'arbitrage en couverture d'actifs et l'autre en spéculation.

Informés et non informés

Le transfert des informations a été extensivement analysé par Grossman (1977). Dans une économie où il y a incertitude sur les prix et sur les quantités, sont opposés deux groupes d'utilisateurs des marchés à terme : les opérateurs parfaitement informés et les opérateurs non informés. Son analyse a été réalisée dans deux cas différents : celui où il n'existe que le marché au comptant et celui où existe conjointement un marché à terme.

En l'absence de marché à terme, Grossman a montré que les informés réalisent des profits espérés supérieurs à ceux des non-informés. Par conséquent, on peut dire qu'à l'équilibre, il n'y a pas un transfert parfait d'informations. Lorsqu'existe un marché à terme, apparaît à l'équilibre une transmission complète de l'information entre les deux parties. Autrement dit, les prix à terme sont des statistiques suffisantes et peuvent être utilisés comme des estimateurs du prix au comptant futur.

En observant les prix à terme, les non-informés peuvent améliorer leur information sur les états futurs de l'économie et ils pourront mieux gérer leurs activités économiques. Ceci implique en particulier que la spéculation générée par des opérateurs ayant des informations privées augmente le gain social mais, qu'à l'équilibre, n'apparaît pas de gain privé. Ce résultat est parfaitement opposé à celui de Hirshleifer (1971 et 1975). Ce dernier affirme que les interventions d'individus en possession d'informations privées qui n'ont pas de valeur sociale augmentent le risque d'échange. Cependant, Hirshleifer a ignoré le fait que les prix agrègent des informations diverses. De ce fait, l'importance du risque d'échange diminue et finalement l'opération spéculative peut augmenter le gain social.

Le marché à terme stabilise généralement le prix au comptant

Grossman a développé un modèle purement spéculatif dans lequel figurent deux groupes d'opérateurs : ceux qui sont parfaitement informés et les non-informés. De plus, les intervenants sont nombreux, ont des goûts, des croyances et des richesses différents. Ils agissent sur les marchés à terme pour répondre à leurs besoins divers. Ils recouvrent les populations des spéculateurs et des arbitragistes. Une analyse pertinente de l'utilité d'un marché à terme nécessite, en effet, la prise en compte simultanée des comportements de ces différents opérateurs.

L'effet de l'échange de contrats à terme sur la stabilité des prix au comptant a été l'objet de plusieurs études théoriques *(voir Peck, 1976, Turnovsky, 1979 et 1983, et Artus, 1986)*. Généralement, la démarche suivie consiste à calculer et comparer la variance à court terme et la variance asymptotique du prix au comptant, étant donnés les aléas de l'économie, avec et sans marché à terme. Peck (1976) et Turnovsky (1979) l'ont fait en attribuant des comportements définis *a priori* aux différents opérateurs. Cependant, il est rapidement apparu que l'introduction d'un marché à terme modifie ces comportements, et qu'il faut partir d'une optimisation effectuée dans l'un et l'autre cas, ce que font Turnovsky (1983) et Artus (1986).

Des aversions différentes vis-à-vis du risque

La conclusion générale de ces études théoriques est que, sous les hypothèses respectives précitées, le marché à terme stabilise généralement le prix au comptant. Bien que cette conclusion soit attendue, leurs études ont été effectuées dans un cadre où tous les individus ont des informations identiques. Pour effectuer une analyse plus convaincante de l'effet des marchés à terme sur la stabilité du prix au comptant, il faut intégrer dans l'analyse non seulement les aléas de l'offre et de la demande mais aussi l'hétérogénéité des opérateurs en termes d'informations, de préférences et de positions (au comptant) initiales.

Notre objectif est d'évaluer l'utilité des marchés à terme d'actifs financiers. Pour ce faire, nous employons un modèle d'équilibre développé dans une économie où existent des opérateurs non informés et d'autres partiellement informés. Ces derniers se comportent comme des spéculateurs. La demande de l'actif financier est incertaine. Les opérateurs maximisent l'espérance de l'utilité associée à leurs revenus et ils manifestent des aversions vis-à-vis du risque différentes. Le concept d'équilibre utilisé est un exemple d'équilibre d'anticipations rationnelles avec des informations asymétriques, développé par Lucas (1972) et Grossman (1981). Notre modèle permet d'analyser simultanément les différentes fonctions que remplit le marché à terme : transfert des informations, transfert du risque et effet de l'échange de contrats à terme sur la stabilité du prix au comptant. Il est dérivé de celui développé par Danthine (1978).

FORMALISATION DES COMPORTEMENTS DES PRINCIPAUX AGENTS

Considérons un intermédiaire financier. Lorsqu'il investit ses ressources à la date 1, il ne sait pas quelles ressources il retirera de son activité à la date 2. Si l'intermédiaire prévoit un taux d'intérêt faible à la date 2, il peut tout simplement attendre et espérer revendre ses investissements avec plus-value. Dans ce cas, il a un comportement de spéculateur. Toutefois, s'il ne veut pas supporter le risque d'une baisse des prix des actifs financiers, il peut vendre des contrats à terme à échéance de la date 2. Lorsqu'il intervient dans le marché à terme d'actifs financiers, le résultat financier de son opération π_h peut être résumé comme suit :

(1) $$\tilde{\pi}_h = V(x, \tilde{P}_2) - x \cdot P_1 + (P_f - \tilde{P}_2)\, h$$

où P_1	:	le prix de l'emprunt notionnel à la date 1
$\tilde{P}_2$	:	le prix de l'emprunt notionnel à la date 2
x	:	la quantité investie en période 1
$V(x, \tilde{P}_2)$	:	la valeur de liquidation des actifs financiers à la date 2 lorsqu'une quantité x a été investie et que le prix du notionnel est P_2
P_f	:	le prix d'un contrat à terme permettant la livraison d'une unité de notionnel à la date 2
h	:	le nombre de contrats à terme vendus ou achetés par l'intermédiaire

Le *tilde* sur le prix à la date 2 traduit le fait que ce prix est inconnu à la date 1 ; c'est une variable aléatoire. h peut avoir une valeur négative ou positive ; rien n'empêche l'agent financier de prendre une position acheteur sur le marché à terme. Nous supposons que le processus d'intermédiation génère des coûts certains : traitement de l'information, collecte, etc., et qu'il a la forme suivante :

$$(2) \qquad V(x, P_2) = q(x) \cdot P_2 = \alpha x^{\frac{1}{2}} \cdot P_2 \quad \text{avec} \quad \alpha > 0^*$$

où $(x - q(x))\,P_2$ mesure le coût d'intermédiation.

Dans cette économie, il existe N agents financiers. Chacun veut maximiser l'espérance de sa fonction d'utilité de revenu en choisissant optimalement l'*input* d'activité x et le nombre de contrats à terme h :

$$(3) \qquad \underset{x,\,h}{\text{Max}}\ E^h[U^h(\tilde{\pi}^h)|P_f]$$

où $U^h(\cdot)$ est une fonction d'utilité au sens de Von Neumann-Morgenstern qui est commune pour tous les agents. Elle est croissante et strictement concave. $E^h[\cdot|P_f]$ est l'opérateur de l'espérance mathématique conditionnelle. En observant le prix à terme P_f déterminé à la date 1 sur le marché à terme, chaque arbitragiste établit la distribution de probabilité subjective du prix au comptant à la date 2. Il est supposé que tous les arbitragistes sont rationnels au sens où leurs anticipations subjectives sont égales aux vraies anticipations conditionnelles à l'équilibre de telle sorte que l'effet du prix à terme sur leurs anticipations est correctement interprété.

Le prix au comptant à la date 2, $\tilde{P}_2$, sera déterminé par l'interaction entre l'offre et la demande d'actifs financiers à la date 2. Puisqu'il existe N agents homogènes, l'agrégat d'offre à la date 2 est égal à $N \cdot q(x)$. Bien que la fonction d'offre soit déterministe, l'agrégat de demande est stochastique. Nous supposons que la fonction de demande a la forme linéaire suivante :

$$(4) \qquad D(P, \varepsilon) = a - bP_2 + \varepsilon \quad \text{avec} \quad a, b > 0.$$

Cette fonction est croissante par rapport à ε $\left(i.e. \dfrac{\partial D}{\partial \varepsilon} > 0\right)$. $\tilde{\varepsilon}$ est un paramètre qui provoque un changement aléatoire de demande. Nous supposons que $\tilde{\varepsilon}$ suit une distribution normale d'espérance nulle et de variance σ_ε^2 : $\tilde{\varepsilon} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\varepsilon^2)$.

Les arbitragistes ne connaissent pas la fonction de demande (4). Mais il existe dans l'économie un autre ensemble d'agents économiques qui ont des informations sur les conditions de la demande à la date 2. Ils veulent profiter de ces informations et ils spéculent sur le marché à terme. Supposons qu'il existe un nombre n de spéculateurs dont chacun observe une approximation non biaisée v_i de la vraie valeur de la variable ε, c'est-à-dire $v_i = \varepsilon + \omega_i$ où $i = 1, 2, ..., n$. Les variables aléatoires $\{\omega_i\}$ suivent une distribution normale indépendante et identique d'espérance nulle et de variance $\sigma^2\omega$, *i.e.*, $\omega_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\omega^2)$. Cela veut dire que les spéculateurs n'observent pas sans erreur la condition de demande mais qu'ils sont suffisamment habiles pour éviter un biais systématique dans l'évaluation de cette dernière. Nous supposons qu'ils obtiennent gratuitement ces informations.

Ces individus informés interviennent sur le marché à terme en achetant ou vendant une quantité de contrats à terme sur la base de leurs informations et leurs aversions vis-à-vis du risque. L'objectif d'un spéculateur informé i est la maximisation de l'espérance de la fonction d'utilité du revenu :

$$(5) \qquad \underset{f_i}{\text{Max}}\ E^{S_i}[U^{S_i}(\tilde{\pi}^{S_i})|P_f, v_i] \quad i = 1, 2, ..., n$$

Note 1 — La fonction $q(x)$ est donc croissante et concave : $q_x \geqslant 0$ et $q_{xx} < 0$. Dans l'équation (1), $V(x, P_2) - x \cdot P_1$ mesure le résultat de l'opération au comptant et $(P_f - \tilde{P}_2)\,h$ décrit celui de l'opération à terme.

où $\tilde{\pi}^{S_i} = (\tilde{P}_2 - P_f) f_i$. $\tilde{\pi}^{S_i}$ mesure le résultat financier d'un spéculateur i obtenu par son opération sur le marché à terme. f_i dénote le nombre de contrats à terme acheté ou vendu par le spéculateur i. $U^{S_i}(\cdot)$ est une fonction d'utilité au sens de Von Neumann-Morgenstern, qui est croissante et strictement concave. $E^{S_i}[\cdot|P_f, v_i]$ est l'opérateur de l'espérance conditionnelle. Le spéculateur i prend une décision d'intervention après avoir observé la réalisation de deux variables aléatoires, P_f et v_i, tandis que les arbitragistes observent uniquement la réalisation d'une variable aléatoire P_f. Comme les arbitragistes, les spéculateurs effectuent des anticipations rationnelles : ils forment des anticipations correctes sur la base de leurs informations disponibles. Autrement dit, les croyances des spéculateurs sur la distribution des variables aléatoires se réalisent à l'équilibre de telle sorte qu'ils n'ont aucune raison de changer leur façon de former des anticipations.

LES DÉCISIONS OPTIMALES DES OPÉRATEURS

Nous allons résoudre explicitement les problèmes d'optimisation des opérateurs, (3) et (5). Pour ce faire, nous supposons que les arbitragistes ont une fonction d'utilité du type exponentielle :

$$U^h(\tilde{\pi}^h) = \frac{1}{\gamma}(1 - e^{-\gamma\tilde{\pi}^h}) \quad \text{avec} \quad \gamma \geqslant 0 \tag{6}$$

où γ est une mesure de l'aversion absolue vis-à-vis du risque au sens d'Arrow et Pratt (*i.e.* $-U'^h_\omega / U''^h_\omega = \gamma$). Cette hypothèse nous permet d'utiliser l'analyse espérance variance qui est commune en théorie financière *(voir note n° 2)*. Les arbitragistes cherchent à maximiser l'espérance conditionnelle de leur projet diminué d'une quantité proportionnelle à la variance conditionnelle du même profit (ce dernier terme intervient comme une véritable prime de risque) :

$$\max_{x,h} \; E[\tilde{\pi}^h|P_f] - \frac{\gamma}{2} \operatorname{Var}[\tilde{\pi}^h|P_f] \tag{7}$$

La résolution de ce problème d'optimisation nous conduit à calculer les dérivées partielles de (7) par rapport à x et h. Nous obtenons les conditions d'optimalité de premier ordre suivantes :

$$\frac{1}{2}\alpha x^{-\frac{1}{2}} E[\tilde{P}_2|P_f] - P_1 - \frac{\gamma}{2}(\alpha x^{\frac{1}{2}} - h)\,\alpha x^{-\frac{1}{2}} \operatorname{Var}[\tilde{P}_2|P_f] = 0 \tag{8}$$

$$P_f - E[\tilde{P}_2|P_f] + \gamma(\alpha x^{\frac{1}{2}} - h) \operatorname{Var}[\tilde{P}_2|P_f] = 0 \tag{9}$$

Note 2 — On peut vérifier (voir Lintner, 1969) que, avec la fonction d'utilité exponentielle, lorsque le revenu π^h suit une loi normale, le problème de la maximisation de l'espérance d'utilité (3) peut être écrit comme suit :

$$\max_{x,h} \; E[\tilde{\pi}^h|P_f] - \frac{\gamma}{2} \operatorname{Var}[\tilde{\pi}^h|P_f] \tag{7}$$

où :

$$E[\tilde{\pi}^h|P_f] = (\alpha x^{\frac{1}{2}} - f)\, E[\tilde{P}_2|P_f] - x \cdot P_1 + P_f \cdot h$$

$$\operatorname{Var}[\tilde{\pi}^h|P_f] = (\alpha x^{\frac{1}{2}} - f)^2 \operatorname{Var}[\tilde{P}_2|P_f].$$

Ainsi, la fonction d'utilité exponentielle et la distribution normale de revenu permettent d'utiliser l'analyse moyenne-variance. La distribution normale de π^h provient de celle de ε. Or, le prix au comptant à la date 2, $\tilde{P}_2$, est la seule variable aléatoire dans la définition de π^h, (1), et la variable aléatoire ε n'y intervient pas explicitement. Cependant, le prix au comptant P_2 se détermine par l'interaction entre l'offre (2) et la demande stochastique (4). Puisque les arbitragistes ont des anticipations rationnelles, la distribution de probabilité subjective de P_2 est identique à celle de $\tilde{P}_2$ qui sera réalisée à l'équilibre. Comme nous allons le voir, le prix au comptant $\tilde{P}_2$ à l'équilibre est une fonction monotone de ε. Cela veut dire que $\tilde{P}_2$ et $\tilde{\pi}^h$ suivent tous une loi normale. L'affirmation « π^h suit une loi normale » est une conséquence de l'équilibre avec anticipations rationnelles.

À partir de ces conditions d'optimalité, nous obtenons le choix optimal des arbitragistes comme suit :

$$(10) \qquad x = \left(\frac{\alpha \mathrm{P}_f}{2\,\mathrm{P}_1}\right)^2$$

$$(11) \qquad h = \frac{1}{\gamma\ \mathrm{Var}[\tilde{\mathrm{P}}_2|\mathrm{P}_f]}\,(\mathrm{P}_f - \mathrm{E}[\tilde{\mathrm{P}}_2|\mathrm{P}_f]) + \frac{\alpha^2 \mathrm{P}_f}{2\,\mathrm{P}_1}$$

Ces résultats montrent une propriété importante du choix optimal de l'arbitragiste : la décision d'investissement est séparable de la décision de l'achat (ou de vente) de contrats à terme. À partir de l'équation (10), nous pouvons constater que la décision d'investissement est uniquement fonction du prix à terme et du prix au comptant à la date 1 et, en particulier, elle ne dépend ni de l'aversion vis-à-vis du risque de l'arbitragiste, ni de la distribution de probabilité subjective qui résume les anticipations de l'arbitragiste. Lorsqu'il choisit l'*input* d'activité, à partir de la fonction $q(x)$ (2), son résultat d'activité en volume à la date 2 est certain et il est égal à $q(x) = \alpha^2\,\mathrm{P}_{f/2}\,\mathrm{P}_1$.

À partir de (10) et (11), nous pouvons admettre que l'agent financier prend une décision d'intermédiation, fondée sur un prix d'*output* certain qui est égal à P_f et qu'il couvre d'abord dans le marché à terme tout ce qu'il va générer (c'est-à-dire $h = q(x)$). Puis il réajuste sa position sur le marché à terme en tant que spéculateur. Ce réajustement dépend du niveau du prix à terme, de la distribution du prix au comptant futur $\tilde{\mathrm{P}}_2$, de la façon dont cette distribution est influencée par la connaissance du prix à terme et du paramètre de l'aversion vis-à-vis du risque *(voir note n° 3)*. Ainsi, ce résultat rejoint une observation courante effectuée auprès des opérateurs professionnels sur les marchés à terme. Les activités de *hedging* et de couverture sont, de fait, étroitement liées. Anticipations et appréciation d'un niveau de prix continuent à jouer un rôle essentiel.

Maintenant, reprenons le problème d'optimisation des spéculateurs informés. Nous supposons que, comme les arbitragistes, ils ont une fonction d'utilité exponentielle :

$$(12) \qquad \mathrm{U}^{\mathrm{S}_i}(\pi^{\mathrm{S}_i}) = \frac{1}{\beta}\,(1 - e^{-\beta\tilde{\pi}^{\mathrm{S}_i}}) \quad \text{avec} \quad \beta \geqslant 0$$

Nous supposons que tous les spéculateurs ont la même aversion absolue vis-à-vis du risque, β. Puisqu'ils forment des anticipations rationnelles, ils croient que le prix au comptant à la date 2, $\tilde{\mathrm{P}}_2$, et finalement le profit, suivent une loi normale. Avec la fonction d'utilité exponentielle et la distribution normale du profit, le problème de l'optimisation de l'espérance de la fonction d'utilité pour un spéculateur i, (5), s'écrit comme suit :

$$(13) \qquad \underset{f_i}{\mathrm{Max}}\ \mathrm{E}[(\tilde{\mathrm{P}}_2 - \mathrm{P}_f)\,f_i|\mathrm{P}_f, v_i] - \frac{\beta^2}{2}\,f_i^2\ \mathrm{Var}[\tilde{\mathrm{P}}_2|\mathrm{P}_f, v_i]$$

En calculant la dérivée partielle de (13) par rapport à f_i, nous obtenons la condition d'optimalité de premier ordre suivante :

$$(14) \qquad \mathrm{E}[\tilde{\mathrm{P}}_2|\mathrm{P}_f, v_i] - \mathrm{P}_f - \beta f_i\ \mathrm{Var}[\tilde{\mathrm{P}}_2|\mathrm{P}_f, v_i] = 0$$

Note 3 — Dans la structure de l'économie supposée ici, l'existence du marché à terme complète l'ensemble des marchés, c'est-à-dire que pour l'agent financier, le marché est complet au sens d'Arrow et Debreu. L'intermédiaire financier n'a pas besoin d'évaluer le futur puisque son processus d'intermédiation est certain. Étant donné que tous ces professionnels utilisent le même processus, le volume des transactions sera identique pour tous, indépendamment des différences de préférences et d'anticipations. Ces différences peuvent être reflétées par leurs positions sur le marché à terme.

D'où la quantité de contrats à terme optimalement achetée par le spéculateur i s'écrit comme suit :

(15) $$f_i = \frac{1}{\beta \operatorname{Var}[\tilde{P}_2 | P_f, v_i]} (E[\tilde{P}_2 | P_f, v_i] - P_f)$$

Si le prix à terme est égal au prix comptant anticipé à partir de ses informations privées, le spéculateur n'intervient pas dans l'échange de contrats à terme. Lorsque le prix au comptant anticipé est supérieur (inférieur) au prix à terme, il se met en position acheteur (vendeur) dans le marché à terme. Sa position est encore dépendante de son aversion vis-à-vis du risque. Nous pouvons apprécier le rôle essentiel que joue ici l'information privée dans les prises de position sur un marché à terme.

ÉQUILIBRE DES MARCHÉS

Nous allons maintenant étudier comment le prix au comptant futur $\tilde{P}_2$ et le prix à terme P_f s'établissent à l'équilibre. Considérons d'abord le marché au comptant. Puisqu'il y a N agents, à partir de (2) et (10), l'offre totale s'écrit comme suit :

(16) $$N_q(x) = N\alpha x^{\frac{1}{2}} = N \frac{\alpha^2 P_f}{2 P_i}$$

Nous avons supposé que la demande sur le marché au comptant est aléatoire et qu'elle peut être décrite par l'équation suivante :

(17) $$D(P_2, \varepsilon) = a - bP_2 + \varepsilon$$

où ε représente la portion aléatoire de la demande. À l'équilibre, l'offre doit être égale à la demande :

(18) $$N \frac{\alpha^2 P_f}{2 P_i} = a - bP_2 + \varepsilon$$

D'où il résulte que le prix au comptant d'équilibre s'écrit comme suit :

(19) $$P_2 = \frac{a}{b} - \frac{N\alpha^2}{2bP_1} P_f + \frac{1}{b}\varepsilon$$

Le prix au comptant d'équilibre est une fonction du prix à terme et de la valeur *ex post* de la variable aléatoire $\tilde{\varepsilon}$. *Ex ante*, puisque $\tilde{\varepsilon}$ possède une distribution normale, le prix au comptant futur en dépend aussi. Ce résultat justifie notre analyse moyenne-variance pour les problèmes d'optimisation, (7) et (13). Le prix au comptant d'équilibre est une fonction décroissante du prix à terme $\left(\frac{N\alpha^2}{2bP_1} > 0\right)$ et une fonction croissante de ε $\left(\frac{1}{b} > 0\right)$.

Nous étudierons dans ce qui suit l'équilibre du marché à terme. Puisqu'un contrat à terme vendu doit être acheté par quelqu'un, l'offre totale nette de contrats à terme est toujours nulle. Le prix au comptant futur d'équilibre (19) peut être introduit dans l'équation (11) pour préciser la position optimale h d'un *arbitragiste* sur le marché à terme. Le paramètre h vaut (pour la démonstration, voir annexe A) :

(20) $$h = \frac{b^2}{\gamma \operatorname{Var}[\tilde{\varepsilon} | P_f]} \left\{ -\frac{a}{b} + \left(1 + \frac{N\alpha^2}{2bP_1}\right) P_f - \frac{1}{b} E[\tilde{\varepsilon} | P_f] \right\} + \alpha^2 \frac{P_f}{2P_1}$$

231

De même, la position optimale d'un spéculateur i sur le marché à terme (15) s'écrit :

$$(21) \qquad f_i = \frac{b^2}{\beta\ \mathrm{Var}[\tilde{P}_2|P_f,\ v_i]} \left\{\frac{a}{b} - \left(1 + \frac{N\alpha^2}{2bP_1}\right) P_f + \frac{1}{b}\ E[\tilde{\varepsilon}|P_f,\ v_i]\right\}$$

Ces deux résultats partiels décrivent les deux offres de contrats à terme. Sachant que la somme de ces deux offres est nécessairement nulle sur un marché à terme (acheteurs et vendeurs sont égaux en nombre), il est possible d'obtenir l'expression analytique suivante du prix à terme d'équilibre :

$$(23) \quad P_f = \left[\frac{Nb^2}{\gamma\ \mathrm{Var}[\tilde{\varepsilon}|P_f]} \left(1 + \frac{N\alpha^2}{2bP_1}\right) + \frac{N\alpha^2}{2P_1} + \frac{nb^2}{\beta\ \mathrm{Var}[\tilde{\varepsilon}|P_f,\ v]} \left(1 + \frac{N\alpha^2}{2bP_1}\right)\right]^{-1}$$
$$\left[\frac{Nb^2}{\gamma\ \mathrm{Var}[\tilde{\varepsilon}|P_f]} \left(\frac{a}{b} + \frac{1}{b}\ E\left[\tilde{\varepsilon}|P_f\right]\right) + \frac{b^2}{\beta\ \mathrm{Var}[\tilde{\varepsilon}|P_f,\ v]} \left(\frac{na}{b} + \frac{1}{b} \sum_{i=1}^{a} E[\tilde{\varepsilon}|P_f,\ v_i]\right)\right].$$

C'est à partir de cette formule d'évaluation que nous allons conduire notre analyse du rôle de l'information sur un marché à terme. À partir du prix à terme d'équilibre (23), nous pouvons constater que les opérateurs utilisent le prix à terme P_f et les informations $\{v_1,\ v_2,\ ...,\ v_n\}$ pour établir leur distribution de probabilités. À partir des résultats d'équilibre, (c'est-à-dire (19), (20), (21) et (23)), nous allons maintenant analyser l'effet de l'existence du marché à terme sur l'ensemble de l'économie. L'analyse portera sur les facteurs qui ont été décrits dans la section précédente, à savoir le transfert des informations, le transfert du risque et l'influence du marché à terme sur la volatilité du prix au comptant.

TRANSFERT DES INFORMATIONS PAR LE PRIX À TERME

Chaque spéculateur détient une information privée représentée par la variable vi. Pour comprendre la structure des informations dans notre modèle, il ne faut pas perdre de vue que nous considérons le marché dans son ensemble. Tout au long de cette étude, nous prendrons en considération un échantillon $\{v_1,\ v_2,\ ...,\ v_n\}$ représentant les informations détenues par les spéculateurs *(voir note n° 4)*.

Dans cette structure d'information, si les résultats d'équilibre obtenus avec l'ensemble des informations $\{v_1,\ v_2,\ ...,\ v_n\}$ sont identiques à ceux obtenus par l'observation du prix à terme, alors on peut dire que le prix à terme reflète toutes les informations disponibles sur le marché et, en particulier, qu'il est une statistique suffisante pour les informations. C'est ce rôle informationnel du prix à terme ou le rôle de transfert des informations que nous voulons développer ici.

Nous devons d'abord expliquer le concept de statistique suffisante. Considérons un problème statistique dans lequel un grand nombre de données sont recueillies. Il est possible que ces données puissent être synthétisées par quelques indicateurs sommaires. Si une analyse statistique fondée sur ces indicateurs synthétiques peut être aussi efficace qu'une analyse fondée sur toutes les valeurs observées, alors ces indicateurs sont appelés statistiques suffisantes *(pour une explication rigoureuse de ce concept, voir DeGroot, 1970, chap. 9)*.

Il est connu *(voir Mood, Graybill et Boes, 1974, pp. 307-309)* que si $\{v_1,\ v_2,\ ...,\ v_n\}$ est un résultat de l'échantillonnage expliqué ci-dessus, alors $\sum_{i=1}^{n} v_i$

Note 4 — Soit une variable v, $v = \varepsilon + \omega$, où $\tilde{\omega}$ a une distribution normale avec une moyenne nulle et une variance égale à σ^2_{ω}. Nous observons les valeurs prises par la variable v par n tirages indépendants. Le résultat de cet échantillonnage est représenté par un vecteur $(v_1,\ v_2,\ ...,\ v_n)$.

est une statistique suffisante pour le vecteur d'informations $\{v_1, v_2, ..., v_n\}$. À partir de ce résultat, nous pouvons établir la proposition suivante :

PROPOSITION 1 : Si le prix à terme peut être écrit par l'équation (24), alors c'est un prix d'équilibre :

$$P_f = A + B \sum_{i=1}^{n} v_i \tag{24}$$

où :

$$A \equiv \frac{\frac{a}{b}(N\beta + n\gamma)}{(N\beta + n\gamma)\left(1 + \frac{N\alpha^2}{2bP_1}\right) + \gamma\beta \frac{N\alpha^2}{2b^2P_1} \frac{\sigma_\varepsilon^2 \sigma_\omega^2}{n\sigma_\varepsilon^2 - \sigma_\omega^2}}$$

$$B \equiv \frac{(N\beta + a\gamma)\frac{1}{b}\frac{\sigma_\varepsilon^2}{n\sigma_\varepsilon^2 + \sigma_\omega^2}}{(N\beta + a\gamma)\left(1 + \frac{N\alpha^2}{2bP_1}\right) + \gamma\beta \frac{N\alpha^2}{2b^2P_1} \frac{\sigma_\varepsilon^2 \sigma_\omega^2}{n\sigma_\varepsilon^2 + \sigma_\omega^2}}.$$

L'annexe B fournit une démonstration de ce résultat. Techniquement, le plus intéressant est que cette proposition suggère que le prix à terme d'équilibre est proportionnel à la somme des informations privées $\left(\sum_{i=1}^{n} v_i\right)$ qui est, aussi, une statistique suffisante pour $\{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Cela veut dire que le prix à terme d'équilibre est une statistique suffisante pour l'ensemble des informations. Dans l'équilibre avec anticipations rationnelles, les opérateurs peuvent extraire les informations contenues dans $\sum_{i=1}^{n} v_i$ à partir de l'annonce du prix à terme d'équilibre. Les arbitragistes qui n'ont pas initialement d'informations privées peuvent connaître la condition de demande stochastique en observant le prix à terme d'équilibre. Dans ce sens, le prix à terme transfère des informations des opérateurs informés vers les opérateurs non informés.

TRANSFERT DU RISQUE

À partir des positions optimales des opérateurs sur le marché à terme, (20) et (21), nous pouvons constater que même si le prix à terme est égal au prix comptant futur anticipé (c'est-à-dire $P_f = E[\tilde{P}_2|P_f]$), les agents financiers veulent toujours prendre une position sur le marché à terme pour se protéger contre le risque de prix. Cependant, à ce prix à terme, les spéculateurs ne veulent pas se mettre en position sur le marché à terme. Dès lors, à ce niveau de prix, le marché à terme ne peut pas atteindre un équilibre.

Ce résultat implique, d'une part, qu'à l'équilibre, le prix à terme n'est pas identique au prix au comptant futur anticipé, autrement dit qu'il est un estimateur biaisé du prix au comptant futur. Or, nous avons démontré que le prix à terme reflète parfaitement toutes les informations disponibles sur le marché à terme. Dès lors, en accord avec l'étude de Lucas (1978), le fait que le prix à terme ne suit pas une martingale pure ne signifie pas que le marché soit inefficient.

D'autre part, à l'équilibre, en prenant une position sur le marché à terme, les spéculateurs assument le risque de prix contre lequel les arbitragistes veulent se prémunir. Leur rémunération est assurée par un profit positif *(voir note n° 5)*. Cela signifie que le profit anticipé des spéculateurs est positif si le prix à terme est différent du prix au comptant futur anticipé.

Nous avons montré que le marché à terme permet aux opérateurs de s'échanger le risque de prix par échange de positions. Les arbitragistes prennent une position sur le marché à terme pour se prémunir contre le risque de fluctuations de prix. Les spéculateurs acceptent le risque de prix en obtenant une rémunération positive.

INFLUENCE STABILISANTE DES ÉCHANGES À TERME SUR LES PRIX AU COMPTANT

Le prix à terme reflète les informations disponibles sur les conditions de la demande stochastique et il les transfère aux agents financiers non informés qui les utilisent pour leur décision d'exploitation. Le prix à terme leur permet de prendre une décision concernant leur activité qui soit bien adaptée à la situation économique future. Cette propriété du prix à terme peut avoir une influence stabilisante sur la volatilité du prix au comptant. Nous allons étudier cette influence dans le contexte du modèle développé ici. Pour ce faire, nous comparons la variance du prix au comptant avec et sans marché à terme. Nous avons obtenu la proposition suivante :

PROPOSITION 2 : La variance du prix au comptant sans marché à terme est plus grande que celle avec marché à terme si :

$$\sigma_\varepsilon^2/\sigma_\omega^2 > \frac{1}{n}$$

La démonstration de ce résultat est fournie à l'annexe C.

Cette proposition 2 suggère que, lorsque les spéculateurs ayant des informations sont nombreux, le prix à terme peut avoir une influence stabilisante sur la volatilité du prix au comptant. En fait, plus ils sont nombreux, plus la précision de l'estimation collective de ε augmente. La valeur faible de σ_ω^2 implique que les estimations des spéculateurs sont centrées autour de la moyenne de ε. De ces résultats, lorsque le marché à terme est liquide, le prix à terme transfère des informations précises sur l'état économique futur et l'échange de contrats à terme peut diminuer les volatilités du prix au comptant.

La participation active des spéculateurs ayant des informations précieuses peut donc avoir une influence positive sur le fonctionnement du marché au comptant.

CONCLUSION

Les marchés à terme d'actifs financiers permettent aux différents agents économiques de transférer leurs risques et de communiquer partiellement leurs informations. Ils effectuent de manière efficace ces opérations économiques avec un coût inférieur à celui des autres marchés financiers. Leur contribution permet à l'ensemble du système financier d'être plus liquide.

Note 5 — Ceci peut être montré à partir de (21) :

(27)
$$\begin{aligned} E[\tilde{\pi}^s|v_i, P_f] &= E[\tilde{\pi}^s|P_f] \\ &= E[(\tilde{P}_2 - P_f)f|P_f] \\ &= \frac{b^2}{\beta \, \mathrm{Var}[\tilde{\varepsilon}|P_f]} E[(\tilde{P}_2 - P_f)|P_f]^2 \geq 0 \end{aligned}$$

Cependant, si un nombre trop réduit d'opérateurs jouent un rôle décisif sur le marché à un moment donné, on peut craindre, comme le suggère notre analyse théorique, des effets négatifs. Les marchés à terme seraient, dans ce cas, des facteurs d'accroissement de la volatilité des prix. □

ANNEXE A

Avec le prix au comptant futur d'équilibre (19), la position optimale d'un arbitragiste sur le marché à terme (11) peut être écrite comme suit :

$$(20) \qquad h = \frac{1}{\gamma \operatorname{Var}[P_2/P_f]} (P_f - E[\tilde{P}_2/P_f]) + \frac{\alpha^2 P_f}{2P_1}$$

$$= \frac{b^2}{\gamma \operatorname{Var}[\tilde{\varepsilon}/P_f]} \left\{ -\frac{a}{b} + \left(1 + \frac{N\alpha^2}{2bP_1}\right) P_f - \frac{1}{b} E[\tilde{\varepsilon}/P_f] \right\} + \frac{\alpha^2 P_f}{2P_1}$$

et la position optimale d'un spéculateur i sur le marché à terme (15) s'écrit comme suit :

$$(21) \qquad f_i = \frac{1}{\beta \operatorname{Var}[\tilde{P}_2/P_f, \sigma_i]} \{E[\tilde{P}_2/P_f, v_i] - P_f\}$$

$$= \frac{b^2}{\beta \operatorname{Var}[\tilde{\varepsilon}/P_f, v_i]} \left\{ \frac{a}{b} - \left(1 + \frac{N\alpha^2}{2bP_1}\right) P_f + \frac{1}{b} E[\tilde{\varepsilon}/P_f, v_i] \right\}.$$

Puisqu'il existe N arbitragistes et n spéculateurs ayant des informations partielles différentes, la condition d'équilibre du marché à terme peut être écrite comme suit :

$$(22) \qquad Nh - \sum_{i=1}^{n} f_i = 0$$

En introduisant (20) et (21) dans cette condition d'équilibre et en résolvant pour P_f, nous obtenons le prix à terme d'équilibre :

$$(23) \qquad P_f = \left[\frac{Nb^2}{\gamma \operatorname{Var}[\tilde{\varepsilon}/P_f]} \left(1 + \frac{N\alpha^2}{2bP_1}\right) + \frac{N\alpha^2}{2P_1} + \frac{nb^2}{\beta \operatorname{Var}[\tilde{\varepsilon}/P_f, v]} \left(1 + \frac{N\alpha^2}{2bP_1}\right) \right]^{-1}$$

$$\left[\frac{Nb^2}{\gamma \operatorname{Var}[\tilde{\varepsilon}/P_f]} \left(\frac{a}{b} + \frac{1}{b} E[\tilde{\varepsilon}/P_f]\right) + \frac{b^2}{\beta \operatorname{Var}[\tilde{\varepsilon}/P_f, v]} \left(\frac{na}{b} + \frac{1}{b} \sum_{i=1}^{n} E[\tilde{\varepsilon}/P_f, v_i]\right) \right]$$

Au cours de la dérivation de ce résultat, nous avons utilisé une propriété des variables aléatoires $\tilde{v}_i = (\varepsilon + \tilde{\omega}_i)$ qui suivent des distributions normales indépendantes et la variance σ^2_ω est identique pour tous les spéculateurs. De ce fait, $\operatorname{Var}[\tilde{\varepsilon}/P_f, v_i] = \operatorname{Var}[\tilde{\varepsilon}/P_f, v_j]$ pour tous les spéculateurs i et j. Cette variance conditionnelle a été dénotée par $\operatorname{Var}[\varepsilon/P_f, v]$.

ANNEXE B

Démonstration : Si le prix à terme est P_f^*, alors la connaissance de P_f^* est équivalente à celle de $\sum_{i=1}^{n} v_i$ c'est-à-dire :

$$(25a) \qquad E[\tilde{\varepsilon}/P_f^*, v_i] = E[\tilde{\varepsilon}/P_f^*] = E[\tilde{\varepsilon} \Sigma v_i]$$

$$(25b) \qquad \operatorname{Var}[\tilde{\varepsilon}/P_f^*, v] = \operatorname{Var}[\tilde{\varepsilon}/P_f^*] = \operatorname{Var}[\tilde{\varepsilon}/v].$$

Il est connu (voir DeGroot, 1970, p. 167) que cette espérance conditionnelle et cette variance conditionnelle peuvent être écrites, en terme des variances de ε et ω, comme suit :

$$(26a) \qquad E[\tilde{\varepsilon}/\Sigma v_i] = \frac{\frac{1}{\sigma^2_\omega} \sum_{i=1}^{n} v_i}{\frac{1}{\sigma^2_\varepsilon} + n \frac{1}{\sigma^2_\omega}}$$

(26 b).
$$\mathrm{Var}[\tilde{\varepsilon}/v] = \frac{1}{\frac{1}{\sigma_\varepsilon^2} + n\frac{1}{\sigma_\omega^2}}.$$

En introduisant ces résultats dans l'équation (24), nous pouvons obtenir l'équation (23). C'est ce que nous voulions démontrer.

ANNEXE C

Démonstration : s'il n'y a pas de possibilité d'échanger des contrats à terme, les agents financiers prennent des décisions d'intermédiation sans avoir d'information sur la demande stochastique. Dans ce cas, l'offre totale à la date 2 est fixe et elle sera dénotée par Q. Avec la demande totale stochastique (4), nous obtenons le prix au comptant d'équilibre à la date 2 :

(28)
$$P_2 = \frac{1}{b}(a - Q + \varepsilon)$$

D'où la variance du prix au comptant, dénotée par $\mathrm{Var}[\tilde{P}_2|\text{sans}]$ s'écrit comme suit :

(29)
$$\mathrm{Var}[\tilde{P}_2|\text{sans}] = \frac{1}{b^2}\sigma_\varepsilon^2$$

Lorsqu'il existe un marché à terme, nous avons montré que le prix au comptant d'équilibre est une fonction du prix à terme et de la valeur réalisée de $\tilde{\varepsilon}$, i.e. (19), et que le prix à terme d'équilibre est proportionnel à $\sum_{i=1}^{n} v_i$ qui est une statistique suffisante pour les informations détenues, i.e. (20). En introduisant cette expression du prix à terme dans l'équation (19), nous obtenons :

(30)
$$\begin{aligned} P_2 &= \frac{a}{b} - \frac{N\alpha^2}{2bP_1}P_f + \frac{1}{b}\varepsilon \\ &= \frac{a}{b} - \frac{N\alpha^2}{2bP_1}A - \frac{N\alpha^2}{2bP_1}B\sum_{i=1}^{n} v_i + \frac{1}{b}\varepsilon \end{aligned}$$

Puisque nous avons supposé que $v_i = \varepsilon + \omega$, $i = 1, \ldots, n$, où $\{\omega_i\}$ sont des bruits blancs indépendants, l'équation (30) s'écrit comme suit :

(31)
$$P_2 = \frac{a}{b} - \frac{N\alpha^2}{2bP_1}A + \left(\frac{1}{b} - \frac{N\alpha^2}{2bP_1}Bn\right)\varepsilon - \frac{N\alpha^2}{2bP_1}B\sum_{i=1}^{n}\omega_i$$

D'où, la variance du prix au comptant avec marché à terme, dénotée par $\mathrm{Var}[\tilde{P}_2/\text{avec}]$, peut être décrite comme suit :

(32)
$$\mathrm{Var}[\tilde{P}_2|\text{avec}] = \left(\frac{1}{b} - \frac{N\alpha^2}{2bP_1}Bn\right)^2\sigma_\varepsilon^2 + \left(\frac{N\alpha^2}{2bP_1}B\right)^2 n\sigma_\omega^2$$

Maintenant, nous comparons la variance du prix au comptant sans marché à terme avec celle avec marché à terme :

(33)
$$\mathrm{Var}[\tilde{P}_2/\text{sans}] - \mathrm{Var}[\tilde{P}_2|\text{avec}] = \left(\frac{nN\alpha^2}{2bP_1}B\right)^2\left\{\left(\frac{4P_1 - N\alpha^2Bn}{N\alpha^2Bn}\right)\sigma_\varepsilon^2 - \frac{1}{n}\sigma_\omega^2\right\}$$

La valeur de cette différence est positive si :

(34)
$$\frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\omega^2} > \frac{1}{n}\frac{N\alpha^2Bn}{4P_1 - N\alpha^2Bn}$$

À partir de la définition de B dans (24), nous pouvons évaluer la valeur du côté droit de (34) :

(35)
$$0 < \frac{N\alpha^2Bn}{4P_1 - N\alpha^2Bn} < 1$$

De ce résultat, nous pouvons conclure que la variance du prix au comptant sans marché à terme est supérieure à celle avec marché à terme si $\frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\omega^2} > \frac{1}{n}$, ce que nous voulions démontrer.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ANDERSON R. W. ET DANTHINE J. P. — **Hedging diversity in futures markets : an equilibrium analysis of the sources of backwardation.** — *Cahier de Recherche 71 A, Graduate School of Business, Columbia University, 1980.*

ANDERSON R. W. ET DANTHINE J. P. — **Hedging and joint production : theory and illustration.** — *Journal of Finance 35, 487-501, 1980.*

ANDERSON R. W. ET DANTHINE J. P. — **Cross Hedging.** — *Journal of Political Economy 89, 1182-1196, 1981.*

ARTUS P. — **Marché à terme, options et stabilité du marché au comptant de taux d'intérêt.** — *Banque de France, 1986.*

BRANNER P. P. ET ULVELING E. F. — **Considering an informational role for a futures market.** — *Review of Economic Studies 51, 33-52, 1984.*

DANTHINE J. P. — **Information, futures prices and stabilizing speculation.** — *Journal of Economic Theory 17, 79-98, 1978.*

DEGROOT M. H. — **Optimal Statistical Decisions.** — *New York, McGraw-Hill, 1970.*

GROSSMAN S. J. — **On the efficiency of competitive stock markets where traders have diverse information.** — *Journal of Finance 31, 573-595, 1976.*

GROSSMAN S. J. — **The existence of futures markets, noisy rational expectations and informational externalities.** — *Review of Economic Studies 64, 431-449, 1977.*

GROSSMAN S. J. — **An introduction to the theory of rational expectations under asymetric information.** — *Review of Economic Studies 48, 541-559, 1981.*

FIGLWSKI S. — **Futures trading and volatility in the GNMA markets.** — *Journal of Finance 36, 445-456, 1981.*

FROEWISS K. C. — **GNMA futures : stabilizing or destabilizing?** — *Economic Review, Federal Reserve Bank of San Francisco, 1978.*

HIERONYMUS T. A. — **Economics of Futures Trading.** — *New York, Commodity Research Bureau Inc., 1971.*

HICKS J. R. — **Value and Capital.** — *Oxford, Claredon Press, 1939.*

HIRSHLEIFER J. — **The private and social value of information and the reward to inventive activity.** — *American Economic Review 61, 561-574, 1971.*

HIRSHLEIFER J. — **Speculation and equilibrium : information, risk and markets.** — *Quarterly Journal of Economics 89, 519-542, 1975.*

JOHNSON L. L. — **The theory of hedging and speculation in commodity futures.** — *Review of Economic Studies 27, 139-151, 1960.*

KALDOR N. — **Speculation and economic stability.** — *Review of Economic Studies 7, 1-27, 1939.*

KEYNES J. M. — **Treatise on money, vol. II.** — *New York, Harcourt, 1930.*

LEVASSEUR M. ET SIMON Y. — **Marchés de capitaux : options et nouveaux contrats à terme.** — *Paris, Dalloz, 1980.*

LINTNER J. — **The aggregation of investors diverse jugement and preferences in purely competitive securities markets.** — *Journal of Financial and Quantitative Analysis 4, 347-400, 1969.*

LUCAS R. E. JR. — **Expectations and the neutrality of money.** — *Journal of Economic Theory 4, 103-124, 1972.*

LUCAS R. E. JR. — **Asset prices in an exchange economy.** — *Econometrica 46, 1429-1445, 1978.*

MOOD A. M., GRAYBILL F. A. ET BOES D. L. — *Introduction to the theory of statistics, 3e édition, New York, McGraw-Hill, 1974.*

PECK A. E. ED. — **Futures market : Their economic role.** — *Washington, American Enterprise Institute for Public Policy Research, 1985.*

SIMPSON W. G. ET IRELAND T. C. — **The impact of financial futures on the cash market for Treasury bills.** — *Journal of Financial and Quantitative Analysis 20, 371-379, 1985.*