

L'INTRODUCTION DE L'IMMOBILIER DANS UN PORTEFEUILLE INSTITUTIONNEL OPTIMAL

PATRICK ARTUS, ERIC FLAMARION, PASCALE MOREAU*

Les investisseurs institutionnels consacrent une part importante de leurs portefeuilles en immobilier. Il est donc utile de savoir introduire de l'immobilier dans les méthodes d'allocations communément utilisées par les investisseurs. Cependant, l'immobilier possède certaines caractéristiques qui nous obligent à adopter les méthodes usuelles d'allocation.

Horizon long terme : les méthodes de frontière efficiente supposent normalement un horizon plutôt court (une année par exemple) alors que l'horizon naturel pour un investisseur en immobilier est plus lointain (5-10 ou même 20 ans). Cela rend difficile le calcul de moyennes et variances-covariances des rendements. De plus, il est toujours possible de reporter une vente d'immobilier en cas de crise de marché entraînant une chute des prix, ce qui n'est pas le cas pour les investisseurs à court terme, d'où une augmentation du rendement espéré.

Distribution de probabilité des rendements non gaussiens : dans la méthode standard de frontière efficiente, les rendements sont supposés être normalement distribués. Cela n'est pas le cas de l'immobilier comme les évolutions récentes l'ont clairement montré. En cas de crise, les prix chutent significativement ce qui nous amène à l'idée d'une distribution bimodale de probabilités : une première gaussienne correspond à l'état «normal» du marché et l'autre au cas de crise de marché pour laquelle les prix sont distribués autour d'une plus faible valeur. Pour pouvoir introduire une possibilité de crise dans les méthodes d'allocation d'actifs, nous devons utiliser une méthodologie plus sophistiquée que la méthode de calcul de frontière efficiente et reprendre la méthode initiale de maximisation de l'utilité espérée sur le rendement du portefeuille.

L'organisation de cet article est la suivante : après avoir brièvement décrit les données, nous calculons la part optimale d'immobilier dans un portefeuille institutionnel en utilisant une méthode de frontière efficiente

409

* Service des études économiques et financières, Caisse des dépôts et consignations

pour différentes hypothèses concernant les rendements espérés et l'horizon de temps.

Nous envisageons ensuite le cas d'une possibilité de crise dans le marché pour lequel nous utilisons la maximisation directe de la fonction objective de l'investisseur. Nous faisons aussi varier les hypothèses de façon à apprécier les réponses de l'investissement optimal en immobilier aux changements en rendements espérés et en risque.

Utilisation des méthodes standard de frontière efficiente

Les données que nous utilisons pour calculer les rendements des biens immobiliers viennent de l'indice IPD long terme (Investment Property Databank). Celui-ci représente le rendement (somme des loyers et des gains ou pertes en capital moins les coûts de gestion) du portefeuille immobilier comprenant des locaux professionnels et commerciaux mais aussi résidentiels, les parts de ces trois actifs correspondant à la composition moyenne des portefeuilles des investisseurs institutionnels sur le marché de l'immobilier britannique. Nous avons choisi ce marché à cause de sa liquidité, sa taille, et l'existence de son marché secondaire actif qui rend plus précise l'étude des investissements immobiliers que dans les autres marchés développés du continent. De plus, nous disposons sur le marché britannique des séries complètes d'indices de prix depuis le début des années 70, ce qui n'est pas le cas, par exemple, sur le marché français. En effet, le graphique 1 montre que l'évolution des prix de l'immobilier en France et au Royaume-Uni sont très semblables pendant les années 80 : très forts rendements entre 1985, 1986 et 1989, forte décroissance des prix depuis 1990.

L'observation de chiffres montre aussi la spécificité des investissements immobiliers : les rendements évoluent autour d'une moyenne stable pendant un certain nombre d'années (par exemple 10% en GB entre 1981 et 1986) puis soudain, prennent des valeurs très élevées. C'est pourquoi nous développons (comme nous le verrons plus loin) des méthodes spéciales d'allocation.

Portefeuilles optimaux

Nous utilisons 2 horizons de temps différents (5 et 10 ans) et 3 actifs : une obligation d'Etat (OAT) avec une maturité égale à l'horizon temporel qui représente l'actif sans risque du portefeuille; des actions françaises pour lesquelles nous calculons le rendement moyen sur les 5 ou 10 ans; de l'immobilier britannique dont nous transformons le rendement en francs français en couvrant le risque de change sur le sterling. Nous construisons les variances et covariances entre les rendements sur actions et immobilier

en utilisant les moments du second degré empiriquement calculés sur les 5 ou 10 ans à partir de moyennes mobiles sur les rendements.

Les rendements espérés des actions et de l'immobilier sont égaux aux rendements moyens historiques (sur 5 ou 10 ans) ou aux rendements anticipés.

Le tableau 1 montre les valeurs des rendements espérés et les moments du second degré dans les différents cas.

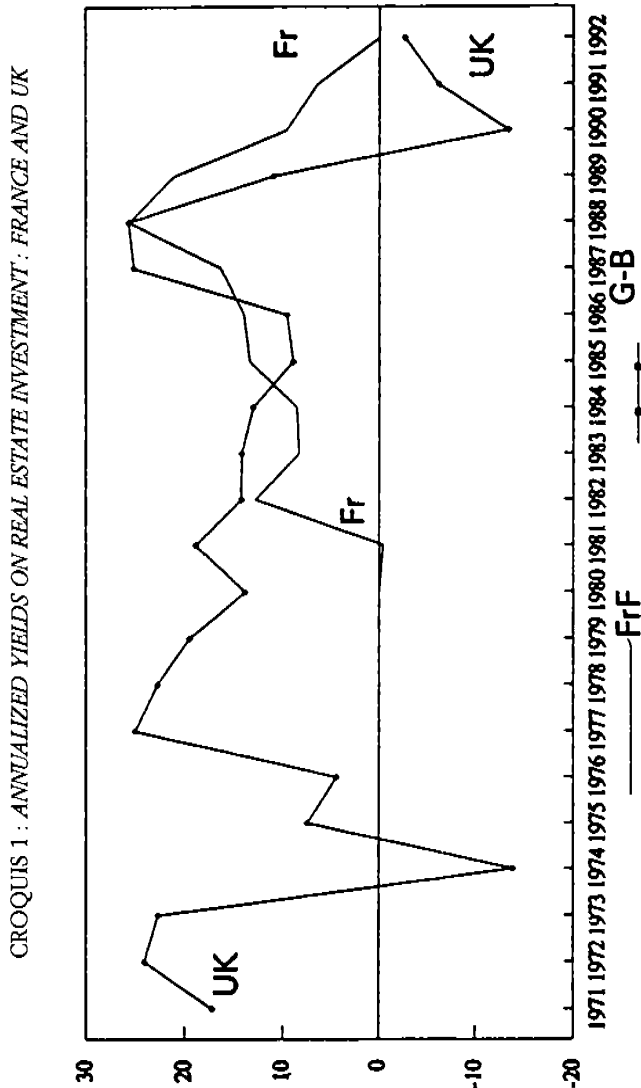


Table 1 : *Expected returns, variances and covariances*

| | 5 year horizon Historical yields | 10 year horizon Historical yields | 10 year horizon Predicted yields |
|-----------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|
| <i>Stocks</i> | | | |
| Expected return (%) | 15.2 | 16.6 | 8.0 |
| Standard deviation (%) | 10.3 | 6.2 | 6.2 |
| <i>Real Estate</i> | | | |
| Expected return (%) | 12.6 | 13.5 | 7.0 |
| Standard deviation (%) | 4.5 | 2.5 | 2.5 |
| <i>Correlation</i> | | | |
| Stocks/Real estate | 0.49 | 0.12 | 0.12 |
| <i>Bonds</i> (Risk-free asset) | 5.6 | 5.6 | 5.6 |

412

Les rendements historiques pour les actions ou l'immobilier sont assez hauts ce qui nous conduit à utiliser aussi des rendements anticipés plus réalistes. Les écarts-types des rendements vont clairement en diminuant avec la longueur de l'horizon temporel ce qui est logique. La corrélation entre les rendements est positive et assez haute à l'horizon 5 ans (0,5) et est faible à l'horizon 10 ans (0,1) : les variations de taux long terme sont presque indépendantes alors qu'à moyen terme, elles ne le sont pas (cela est dû aux corrélations avec les taux d'intérêt, avec l'activité réelle...)

Les graphiques 2 à 4 présentent les résultats c'est à dire la frontière efficiente dans les 3 cas (nous avons contraint les parts investies dans chacun des 3 actifs à être positives : pas de position courte). Les résultats sont similaires, ce qui implique la robustesse de l'allocation en question.

- les portefeuilles avec un bas niveau de risque (écart-type des rendements annualisés en dessous de 1%) seront constitués presque entièrement d'obligations.

- les portefeuilles avec un niveau moyen de risque (entre 1 et 4%) comportent une part substantielle d'immobilier (entre 25 et 75%)

- les portefeuilles avec un haut niveau de risque ne comportent que des actions.

Quand nous utilisons des rendements anticipés (ce qui est plus réaliste) nous voyons que le premier type de portefeuille a un rendement annuel

espéré entre 5 et 6%; le deuxième entre 6 et 7%; le troisième environ 7,5% : le coût d'un rendement espéré plus haut en terme de risque est substantiel (6% d'écart-type pour 2% de rendement espéré).

Si nous comparons les tableaux 2 et 3, nous observons qu'un horizon de temps plus long nous conduit à une augmentation des parts d'immobilier, une baisse des parts d'obligations et d'actions. Ceci provient du fait que le risque de l'immobilier diminue fortement entre les cas du 5 et du 10 ans d'une part, et d'autre part que la corrélation entre les rendements des actifs risqués disparaît presque totalement dans le cas de l'horizon temporel de 10 ans.

Prise en compte d'un risque de crise de marché

Comme nous supposons maintenant une distribution de rendements sur l'immobilier non gaussienne, nous ne pouvons plus utiliser une représentation moyenne-variance de l'utilité espérée.

La méthode utilisée est la méthode de maximisation de l'utilité espérée d'une fonction des rendements du portefeuille, définie de façon explicite :

$$\underset{[a_1, a_2, a_3]}{Max} [E(U(\tilde{R}))]$$

414

où a_1, a_2, a_3 sont les parts des différents actifs ($a_1 + a_2 + a_3 = 1$) et R est le rendement total aléatoire.

Nous utilisons dans les exemples ci-dessous les mêmes actifs que précédemment (obligations, actions et immobilier), en utilisant des rendements historiques et en supposant un horizon de 5 ans.

- le taux des obligations est de 5,6% annualisé, avec une variance nulle;
- le rendement des actions est supposé être gaussien avec une moyenne $\mu = 15,2\%$ et un écart type $\sigma_a = 10,3\%$
- le rendement de l'immobilier a une fonction de distribution de probabilité construite selon :

$$f(x) = \lambda f_1(x) + (1-\lambda) f_2(x)$$

f_1 est la fonction de densité d'une variable gaussienne de moyenne μ_1 ($\mu_1 < 0$) et écart-type σ_1 ;

f_1 correspond au cas d'une crise de marché avec des rendements fluctuant autour d'une moyenne négative.

f_2 correspond aux conditions normales du marché avec un rendement espéré positif.

λ peut être interprété comme une probabilité de crise de marché de l'immobilier.

Nous utilisons pour U une fonction exponentielle d'utilité

$$U(\tilde{R}) = \exp(-\alpha\tilde{R})$$

où α a été calibré de façon à obtenir des valeurs raisonnables des parts optimales pour un portefeuille standard utilisant des obligations et des actions.

U correspond au cas d'une aversion au risque absolue constante (une fonction CARA avec une aversion au risque égale à α). \tilde{R} est défini par :

$$R = r_b + a_s(\tilde{R}_s - r_b) + a_{2re}(\tilde{R}_{re} - r_b)$$

est le rendement des obligations, R_s celui des actions, R_{re} le rendement d'immobilier et a_s et a_{re} sont les parts des actions et de l'immobilier dans le portefeuille.

Pour maximiser $E(U(R))$ nous discrétisons la fonction de densité de R (avec un nombre d'états au moins égal à 20) pour chaque état discrétisé; nous connaissons la valeur de R_i et sa probabilité π_i . Nous utilisons :

$$E(U(\tilde{R})) = \sum \exp(-\alpha\tilde{R}_i) \pi_i$$

en sommant sur tous les états i

Le tableau 5 montre un exemple d'une distribution de probabilité des rendements de l'immobilier.

415

Premiers résultats : les rendements des actions et de l'immobilier étant supposés être indépendants

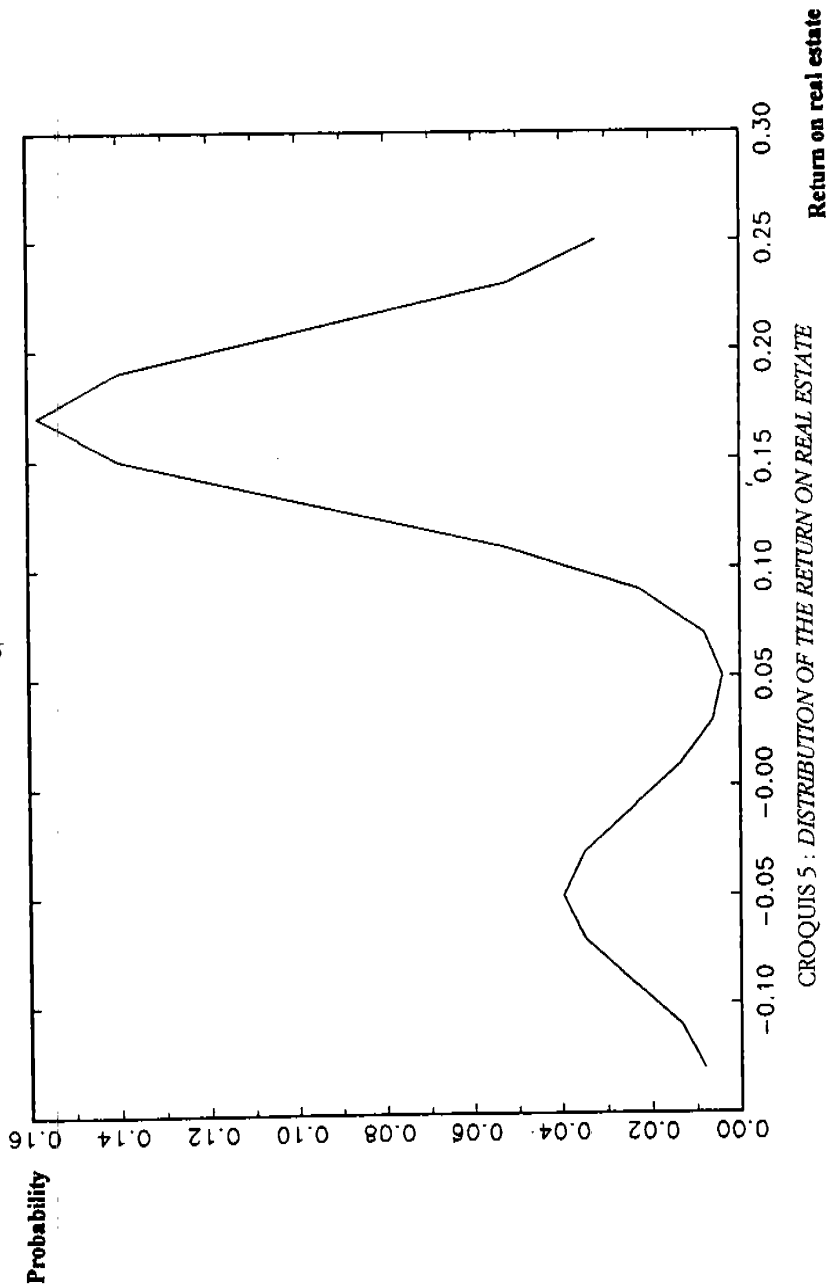
Nous supposons ici que \tilde{R}_s et \tilde{R}_{re} sont indépendants et nous faisons varier les différents paramètres.

* Variations de la distribution des rendements de l'immobilier : nous supposons que λ (probabilité de crise de marché) vaut 0,2 et nous faisons varier μ (rendement moyen en cas de crise), σ l'écart-type des rendements en cas de crise, μ_2 (rendement espéré pour des conditions normales).

Les allocations d'actifs obtenues sont données dans les tables 2,3 et 4 dans lesquelles on impose aucune contrainte de positivité sur les parts : en effet, bien souvent l'optimisation fournit une position courte sur l'actif sans risque (obligations). Comme les rendements sont supposés être indépendants, U peut être décomposé selon

$$\exp(-\alpha(r_b + a_s(\tilde{R}_s - r_b))) \times \exp(-\alpha a_{re}(\tilde{R}_{re} - r_b))$$

et les parts optimales d'actions et d'immobilier (a_s et a_{re}) dépendent donc seulement des caractéristiques de la distribution des actifs corres-



pondants : les parts optimales d'actions ne varient pas en fonction des distributions d'immobilier comme on peut s'en rendre compte dans les tableaux.

Les résultats ne contredisent pas l'intuition : les parts d'immobilier augmentent fortement lorsque les rendements moyens (en cas de crise) deviennent moins négatifs, décroissent avec l'écart-type des rendements et décroissent avec le rendement moyen en cas de conditions normales du marché.

Table 2 : *Changes in average return of crisis*
(No correlation, no constraint)

| Portfolio composition (%) | | | |
|--|--------|--------|-------------|
| Average return in case of crisis μ_1 (%) | Bonds | Stocks | Real estate |
| -7 | 1.66 | 74.15 | 24.19 |
| -6 | -0.80 | 74.15 | 26.65 |
| -5 | -3.58 | 74.15 | 29.43 |
| -4 | -6.72 | 74.15 | 32.57 |
| -3 | -10.30 | 74.15 | 36.15 |
| -1 | -19.11 | 74.15 | 44.96 |

417

Table 3 : *Changes in standard deviation of the crisis*
(No correlation, no constraint)

| Portfolio composition (%) | | | |
|---|-------|--------|-------------|
| Standard deviation of the crisis α (%) | Bonds | Stocks | Real estate |
| 1 | -5.69 | 74.15 | 31.54 |
| 2 | -5.29 | 74.15 | 31.14 |
| 4 | -3.58 | 74.15 | 29.43 |
| 5 | -2.49 | 74.15 | 28.34 |
| 6 | -1.32 | 74.15 | 27.17 |

Table 4 : *Changes in average return in case of no crisis*
(No correlation, no constraint)

| Portfolio composition (%) | | | |
|---|-------|--------|-------------|
| Average return in case of crisis μ_2 (%) | Bonds | Stocks | Real estate |
| 15 | -1.53 | 74.15 | 27.38 |
| 16 | -2.71 | 74.15 | 28.56 |
| 17 | -3.58 | 74.15 | 29.43 |
| 17.2 | -3.72 | 74.15 | 29.57 |
| 17.6 | -3.98 | 74.15 | 29.83 |

Les parts optimales d'immobilier dans le portefeuille de l'investisseur varient entre 0,25 et 0,45.

Nous avons aussi réalisé les mêmes optimisations en imposant une contrainte positive sur la part d'obligations ($1 - a_{re} - a_{st}$). Cela entraîne la décroissance des parts d'actions quand la part d'immobilier augmente et quand la contrainte de positivité est active. Les résultats (tables 5-6-7) sont très semblables à ceux obtenus ci-dessus.

418

Table 5 : *Changes in average return of crisis*
(No correlation, with constrained share of bonds)

| Portfolio composition (%) | | | |
|---|-------|--------|-------------|
| Average return in case of crisis μ_1 (%) | Bonds | Stocks | Real estate |
| -7 | 1.6 | 74.1 | 24.19 |
| -6 | 0 | 73.52 | 26.48 |
| -5 | 0 | 71.39 | 28.60 |
| -4 | 0 | 69.12 | 30.88 |
| -3 | 0 | 66.64 | 33.36 |
| -1 | 0 | 61.14 | 38.86 |

Table 6 : *Changes in standard deviation of the crisis*
(No correlation. with constrained share of bonds)

| Portfolio composition (%) | | | |
|--|-------|--------|-------------|
| Standard deviation of the crisis s (%) | Bonds | Stocks | Real estate |
| 1 | 0 | 69.99 | 30.01 |
| 2 | 0 | 70.22 | 29.78 |
| 4 | 0 | 71.39 | 28.60 |
| 5 | 0 | 72.21 | 27.79 |
| 6 | 0 | 73.11 | 26.89 |

Table 7 : *Changes in average return in case of no crisis*
(No correlation. with constrained share of bonds)

| Portfolio composition (%) | | | |
|--|-------|--------|-------------|
| Average return in case of crisis μ_2 (%) | Bonds | Stocks | Real estate |
| 15 | 0 | 73.02 | 26.98 |
| 16 | 0 | 72.11 | 27.89 |
| 17 | 0 | 71.39 | 28.60 |
| 17.2 | 0 | 71.28 | 28.72 |
| 17.6 | 0 | 71.06 | 28.94 |

* Variations des rendements espérés des actions : nous faisons à présent varier les rendements des actions (table 8). Comme la corrélation entre les rendements des actions et ceux de l'immobilier est supposée être nulle, la part optimale d'immobilier varie seulement lorsque la contrainte de positivité sur les parts d'obligation est activée. La part d'action augmente naturellement avec leur rendement moyen.

Table 8 : *Changes in average return on stocks*
(No correlation. with constrained share of bonds)

| Portfolio composition (%) | | | |
|--|-------|--------|-------------|
| Expected return on stocks μ_a (%) | Bonds | Stocks | Real estate |
| 10 | 24.78 | 45.79 | 29.43 |
| 12 | 13.56 | 57.01 | 29.43 |
| 15.2 | 0 | 71.39 | 28.60 |
| 16 | 0 | 72.43 | 27.57 |
| 17 | 0 | 73.76 | 26.24 |

* Variations de la probabilité de crise de marché de l'immobilier : nous faisons varier ici le paramètre λ représentant cette probabilité en gardant les autres paramètres constants (table 9).

Table 9 : *Changes in probability of crisis*
(No correlation. no constraint)

| Portfolio composition (%) | | | |
|--|--------|--------|-------------|
| Probability of crisis I μ_2 (%) | Bonds | Stocks | Real estate |
| 0.1 | -19.96 | 74.15 | 45.81 |
| 0.2 | -3.58 | 74.15 | 29.43 |
| 0.3 | 7.30 | 74.15 | 18.55 |
| 0.4 | 16.21 | 74.15 | 9.64 |

Quand la probabilité λ augmente, l'immobilier a presque la même probabilité d'avoir des rendements négatifs et positifs; le portefeuille optimal ne comporte presque que des obligations et des actions.

Les effets de l'introduction d'une possibilité de crise de marché

Nous comparons 2 cas :

* Dans le premier cas, aucun risque de crise n'est introduit. L'immobilier possède des rendements normaux avec un rendement moyen de 12,6 % et un écart-type de 4%.

* Dans le second, nous introduisons un risque de crise de marché avec une probabilité de 0,2. En cas de crise, le rendement moyen est de -5% avec un écart-type de 4%. La situation normale est matérialisée par un rendement moyen de 17% et un écart-type de 4%. Le rendement total a une moyenne de 12,6% comme dans le premier cas.

| | Bonds | Shares | Real Estate |
|-------------------|-------|--------|-------------|
| Risk of crisis | -3.6 | 74.2 | 29.4 |
| No risk of crisis | -38.0 | -12.0 | 150.0 |

La différence entre les 2 cas est très importante. Si aucun risque de crise de marché est introduit, une position courte sera optimale à la fois pour les obligations et pour les actions de façon à avoir une très longue position en immobilier qui apparaît substantiellement moins risquée (4% au lieu de 10%). Si un risque de crise est introduit, le portefeuille est principalement investi en actions.

Introduction d'une corrélation entre les rendements des actions et de l'immobilier

Nous abandonnons l'hypothèse d'indépendance entre les rendements sur actions et sur immobilier. Afin de pouvoir simuler l'utilité espérée, nous devons calculer la distribution bivariable de (R_s, R_{re}) dans tous les états possibles. Nous écrivons la distribution bivariable comme somme pondérée de deux distributions

$$F(\tilde{R}_s, \tilde{R}_{re}) = \lambda F_1(\tilde{R}_s, \tilde{R}_{re}^1) + (1 - \lambda) F_2(\tilde{R}_s, \tilde{R}_{re}^2)$$

Comme précédemment, λ est la probabilité d'une crise de marché, F_1 est la distribution bivariable des rendements de crise, F_2 celle des conditions normales. F_1 et F_2 sont des distributions gaussiennes bivariables corrélées avec un facteur de corrélation égal à 0,49 (la valeur historique). La moyenne et l'écart-type de R_{re}^1 et R_{re}^2 sont μ_1, σ_1 et μ_2, σ_2 définis ci-dessus. Cette méthode nous permet d'éviter d'écrire directement la distribution bivariable entre une distribution bimodale et une variable gaussienne. Le graphique 6 montre la distribution bivariable entre les rendements des actions et les rendements de la gaussienne de crise de l'immobilier R_{re}^2 quand la corrélation est nulle.

Nous réalisons les mêmes optimisations que précédemment sans corrélation (tableaux 10 à 14). Comparons à présent les résultats obtenus avec ceux des optimisations précédentes sans corrélations. Les réponses des parts optimales aux variations des différents paramètres sont semblables à

celles obtenues précédemment. Cependant, les parts des actions (de 74% à 69%) et les parts d'immobilier (de 29% à 23%) sont assez réduites, alors que les parts d'obligations augmentent (de 3 à 10%).

Table 10 : *Changes in average return of crisis*
(With correlation. without any constraint)

| Portfolio composition (%) | | | |
|--|-------|--------|-------------|
| Average return in case of crisis μ_1 (%) | Bonds | Stocks | Real estate |
| -7 | 11.42 | 70.24 | 18.34 |
| -5 | 8.35 | 69.16 | 22.49 |
| -1 | -1.71 | 66.02 | 35.69 |

422

Table 11 : *Changes in standard deviation of the return of crisis on real estate*
(With correlation. without any constraint)

| Portfolio composition (%) | | | |
|---|-------|--------|-------------|
| Standard deviation of the crisis of real estat σ (%) | Bonds | Stocks | Real estate |
| 1 | 0.75 | 69.62 | 29.63 |
| 4 | 8.35 | 69.16 | 22.49 |
| 6 | 10.71 | 69.41 | 19.88 |

CROQUIS 6 : BIVARIATE GAUSSIAN DENSITY
BETWEEN RETURN ON STOCKS AND FIRST GAUSSIAN OF PROPERTY

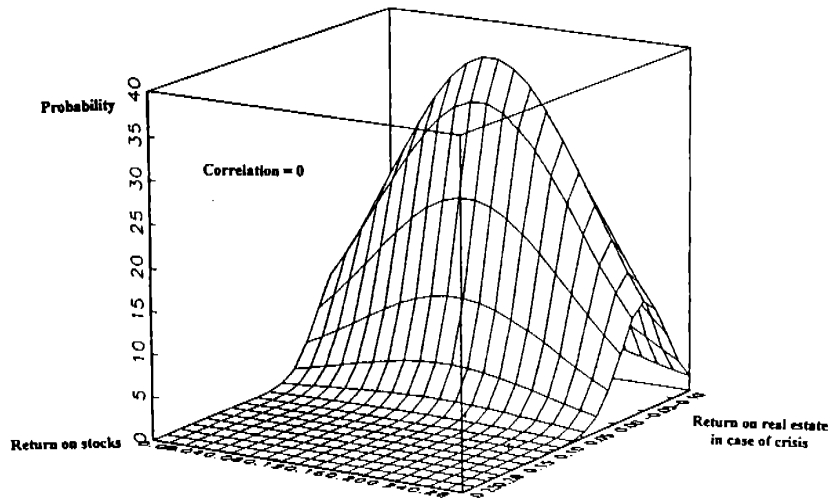


Table 12 : *Changes in average return in case of no crisis*
(With correlation, without any constraint)

| Portfolio composition (%) | | | |
|--|-------|--------|-------------|
| Average return in case of crisis μ_2 (%) | Bonds | Stocks | Real estate |
| 10 | 29.74 | 75.28 | -5.02 |
| 17 | 8.35 | 69.16 | 22.49 |
| 20 | 6.05 | 68.79 | 25.17 |

Table 13 : *Changes in average return on stocks*
(With correlation, without any constraint)

| Portfolio composition (%) | | | |
|-------------------------------------|-------|--------|-------------|
| Average return on stock μ_a (%) | Bonds | Stocks | Real estate |
| 10 | 34.57 | 39.79 | 25.63 |
| 12 | 24.33 | 51.23 | 24.44 |
| 15.2 | 8.35 | 69.16 | 22.49 |
| 17 | -0,44 | 79.08 | 21.36 |

Table 14 : *Changes in probability of crisis*
(With correlation, without any constraint)

| Portfolio composition (%) | | | |
|---------------------------|-------|--------|-------------|
| Probability λ | Bonds | Stocks | Real estate |
| 0.1 | -4.72 | 65.44 | 39.29 |
| 0.2 | 8.35 | 69.16 | 22.49 |
| 0.3 | 17.03 | 71.64 | 11.34 |
| 0.4 | 24.14 | 73.66 | 2.20 |

Table 15

Changes in correlation between the return on stocks and real estate
(With correlation, without any constraint)

| Portfolio composition (%) | | | |
|---------------------------|--------|--------|-------------|
| Correlation ρ | Bonds | Stocks | Real estate |
| -0.9 | -41.85 | 93.78 | 48.06 |
| 0 | -3.58 | 74.15 | 29.43 |
| 0.5 | 8.35 | 69.16 | 22.49 |
| 0.9 | 16.10 | 67.30 | 16.60 |

Ceci est dû au fait que les deux actifs risqués deviennent globalement plus risqués puisque les rendements sont positivement corrélés et l'investissement en actif non risqué devient donc plus attrayant. En particulier, en cas de haute probabilité de crise de marché, la part optimale d'immobilier devient presque nulle. Afin de voir quel est l'impact de la corrélation sur l'allocation, nous faisons varier le nombre ρ autour de sa valeur réelle (0,48). Quand la corrélation est très fortement positive, les parts d'action et d'immobilier tendent à diminuer à cause du haut niveau de risque. Au contraire, quand ρ est négatif, il se produit un *cross-hedging* entre les deux actifs risqués et la position sur l'actif sans risque est courte (voir tableau 15).

425

Conclusion

Nous avons pu obtenir des résultats substantiels concernant l'introduction d'immobilier dans un portefeuille institutionnel :

- l'immobilier entre pour une part de 10 à 40% selon les hypothèses.
- cette part devient plus importante si l'on choisit un horizon de temps plus lointain puisque l'immobilier est moins risqué à long terme qu'à moyen terme comparativement aux autres actifs, et puisque son rendement est positivement corrélé à moyen terme mais non à long terme avec le rendement des actions, actif risqué qui paraît aussi approprié aux investissements long terme.
- l'introduction d'une possibilité de crise du marché de l'immobilier réduit substantiellement la part optimale d'immobilier. Cependant, ce risque ne doit pas être surestimé : la possibilité de reporter la date de vente d'un bien immobilier réduit ce risque considérablement.