

Innovations financières et creuset révolutionnaire

Jean-Marie Thiveaud et Zheng Kang,

Mission des travaux historiques, Caisse des dépôts et consignations

Pour augmenter le dossier consacré, dans cette livraison, aux innovations financières, l'« Histoire au présent » voudrait apporter aux articles des économistes contemporains et éminents un écho bicentenaire.

La fin du XVIII^e siècle, le début du siècle suivant s'illustrent en effet par une bouillonnante succession d'innovations financières dont les traces demeurent encore aujourd'hui. Toute la problématique de la période, en Europe et en France plus particulièrement, est bien de mobiliser l'épargne et de gérer l'endettement. Elle trouve une traduction concrète, en deux temps, explosive dans la tourmente politique de la Révolution, plus sagement fondatrice dans les premières années de la Restauration. Avec mon ami le Dr. Kang, nous avons sélectionné, dans la moisson des données recueillies depuis trois ou quatre ans, quelques exemples significatifs des réflexions de ces périodes, entre 1776 et 1816. Et pour ne point demeurer en reste face aux économètres modernes, nous publions, en guise d'illustrations, les calculs et équations de leurs prédécesseurs, d'il y a deux siècles. La majorité de ces documents sont tout à fait inédits et sortent directement des manuscrits que leurs auteurs n'ont pas eu le loisir de publier, les autres ont bénéficié d'une publication, mais il y a deux cents ans. Le lecteur pourra trouver ainsi, dans cette livraison estivale, la fraîcheur du retour aux sources ou la distraction pédagogique qui convient aux vacances.

Le dernier quart du XVIII^e siècle voit fleurir, dans tous les pays d'Europe, un grand mouvement d'innovations financières. A la révolution du crédit, initiée bien plus tôt en Angleterre, se substitue une autre vague révolutionnaire celle de la prévoyance, qui englobe à la fois un appel massif à l'épargne du plus grand nombre et une volonté quasi démiurgique de gérer le temps, de maîtriser le long terme. Les Anglais multiplient les sociétés d'assurance-vie dont les faillites en cascade suscitent autant de nouvelles créations. Les Allemands, les Scandinaves organisent projets et institutions, les Français rêvent en même temps d'instaurer une Constitution démocratique et le

bien-être social, grâce au crédit public. La Russie devient pour les financiers et les savants un étonnant laboratoire technique, comme elle avait, naguère, servi, à l'Europe, de cabinet philosophique. Les finances apparaissent, de plus en plus, comme l'arme essentielle du changement politique, le parangon de l'efficacité scientifique, la clé d'un âge d'or fondé sur l'abondance et la justice.

Ainsi, en 1776, le mathématicien suisse Léonard Euler publie, au loin, à Saint-Petersbourg, avec son disciple russe Nicolas Fuss, les *Eclaircissements sur les établissements publics en faveur tant des veuves que des morts, avec la description d'une nouvelle espèce de tontine aussi favorable au public qu'utile à l'Etat*. Ce recueil contient trois projets distincts sur une « caisse des veuves », une « caisse des morts », une tontine. Des institutions analogues existent déjà aux quatre coins de l'Europe et répondent depuis un siècle et demi à l'immense besoin de la prévoyance, en servant de réseau auxiliaire au crédit de l'Etat. Soucieuse de la construction de son appareil financier, la Russie de Catherine II importe, avec empressement, tous les modèles étrangers. Brandissant le flambeau de l'analyse mathématique, Euler éclaire son pays d'accueil de ses lumières pédagogiques. Il introduit les notions essentielles de l'arithmétique politique en matière de calcul viager, démontre les règles de la rationalité et de l'équité. Certes, la probabilité de la durée de la vie humaine et les tables de mortalité, l'actualisation des intérêts composés, tous ces instruments devenus familiers au monde des savants, depuis Jean de Witt et Halley, réclament à l'époque une vulgarisation pour le public, des modèles d'application pour les gouvernements. Euler ne se contente pas d'être rigoureux dans ses démonstrations mathématiques, il veut que son intervention favorise une réforme utile qui rende ces institutions plus démocratiques et mieux adaptées à la réalité de l'endettement de l'Etat. En vertu de la loi des grands nombres, il critique le caractère restreint, fermé, des institutions existantes, montre qu'un système ouvert, transparent, capable d'attirer aussi bien les grandes fortunes que les petites, est « aussi favorable au public qu'utile à l'Etat ». Euler développe alors l'idée originale que la « rente croissante » qui consiste à éliminer le jeu aléatoire par lequel les tontines ordinaires guettent le gain sur la mort d'autrui. Les primes et les intérêts annuels seront réglés d'avance sur l'espérance de vie de chaque individu. La rente croissante est ainsi un produit démocratique, dont la pertinence se vérifie par la conjugaison des grands nombres avec la longue durée.

DETTE FLOTTANTE ET RENTE CROISSANTE

Euler combine le mécanisme de ce nouveau produit avec l'appareil complexe de l'amortissement de la dette publique, introduisant à cette occasion, sur l'échelle du temps financier, une variation dans les terminaisons et, en particulier, la notion de la dette flottante qui sera l'obsession des gouvernements du siècle suivant. L'idée de la rente croissante sera reprise quelques années plus tard par le milieu scientifique français et suscitera les premières

controverses sur les mérites comparés de l'assurance-vie et de la caisse d'épargne.

En 1778 et en 1779 paraissent, en France, deux traités financiers, celui d'Alexandre Fatio et celui de Saint-Cyran, publiés avec privilège de l'Académie des sciences¹. Ces publications scientifiques témoignent d'une reprise de l'intérêt du milieu scientifique pour les techniques financières. Depuis 1746, en effet, date de l'ouvrage fondamental de Deparcieux, *Essai sur les probabilités de la durée de la vie humaine*, l'application des probabilités aux techniques financières n'a guère stimulé les savants et banquiers français². Mais, soudain, ce domaine d'expérimentation devient l'objet de toutes les curiosités, de toutes les cupidités. En 1781, un autre ouvrage de Deparcieux, le *Traité des annuités*, est publié, à titre posthume, sous les auspices de l'Académie des sciences. La même année, un membre de l'Académie, Laplace, publie un nouveau traité sur les probabilités, vite rejoint, en 1784, par son confrère académicien, Condorcet. Chacun, « sponsorisé » ou non par un financier de la place, s'attache à démontrer l'utilité de ces calculs pour la réforme et le développement harmonieux des marchés où la rente viagère, surtout en France, est le produit de toutes les spéculations, mettant en péril les finances publiques.

Dans ce dernier quart du XVIII^e siècle, la base théorique des calculs viagers est bien maîtrisée par les arithméticiens politiques européens. Depuis Jean de Witte jusqu'à Euler, en passant par De Moivre, Smart, Simpson, Süssmilch, Stuyck, Keressboom, Wargentini, Buffon, Price, etc., les élaborations ont même atteint, en un siècle, un assez haut degré de sophistication. Les savants, guidés par la théorie des probabilités dont Pascal et Fermat ont fondé les premiers rudiments, ont suivi le chemin défriché par Gruant (table de mortalité, 1661) et Halley (règles de calculs des rentes viagères, 1693), multipliant les études sur la durée de vie des différentes contrées et les ajustant aux combinaisons financières les plus variées.

Les ouvrages Fatio, et Saint-Cyran n'apportent, à cet égard, que les raffinements que les arithméticiens politiques hollandais, anglais ont déjà distillés. Néanmoins, dans les traités français, la compilation des différents tableaux et les énoncés très pédagogiques sur les calculs des rentes viagères sur une, deux, ou plus de têtes, répondent clairement à un besoin d'application concrète. La guerre de l'Indépendance américaine bat son plein, le gouvernement français obéré par ses dettes multiplie les emprunts viagers à des prix onéreux, et l'administration ne sait plus quel est le seuil de rentabilité raisonnable pour une rente. Les calculs des rentes viagères forment un sujet

1 Alexandro Fatio, *Table d'intérêts simples et composés à diverses dates, suivies de celles de Mrs de Buffon et Halley sur la mortalité dans les différents âges de la vie, de divers calculs relatifs aux annuités sur la vie*, Vevey, l'auteur, 1778, 220 p. Paul-Edme Crublier de Saint-Cyran *Calcul des rentes viagères sur une et sur plusieurs têtes, contenant la théorie complète de ces sortes de rentes et des tables par lesquelles tout le monde peut voir ce qu'on doit donner de rentes viagères*. Paris, Callot et Jombert, 1779, 2 parties en 1 vol.

2 Antoine Deparcieux, *Essai sur les probabilités de la durée de la vie humaine ; d'où l'on déduit la manière de déterminer les rentes viagères, tant simples qu'en tontines. Procédé d'une courte explication sur les rentes à terme, ou annuités ; et accompagné d'un grand nombre de tables*, Paris, Frères Guérin, 1746, 132 p.

de grande actualité, et, comme le dit Condorcet « *une matière très importante sur laquelle on ne saurait trop éclairer le Gouvernement et le public...* ».

Dans la décennie qui précède la Révolution, l'Académie des sciences examine de nombreux projets sur les caisses d'épargne, l'assurance sur la vie, les loteries, les tontines et autres outils financiers. Nous avons retenu l'exemple de trois inventeurs, La Rocque, Kramp et Duvillard, parmi les dizaines de prétendants à la réforme générale et définitive du système financier universel, en isolant, au sein de leurs abondants mémoires, tel ou tel point singulier et novateur, sinon anticipateur.

Jean-André La Rocque, ancien avocat au Parlement devenu valet de la Chambre de la Reine, publie plusieurs traités financiers, entre la veille de la Révolution et la fin de l'Empire. Il est incontestablement le concepteur le plus fécond en matière de prévoyance, le père du système le plus accompli des caisses d'épargne « à la française », envisageant dès 1785 la centralisation de leurs fonds par un dépositaire général et public. La dernière partie de son œuvre, toujours sur les mêmes thèmes, voit le jour en Angleterre où il a émigré³.

Dans sa construction d'un système de collecte de l'épargne populaire, servant autant à la prévoyance individuelle qu'au financement public, La Rocque invente la notion originale du « crédit intermédiaire » qui alimentera les réflexions de Condorcet, Duvillard et Lavoisier avant de servir, en 1816, à l'édification de l'appareil des finances françaises.

Ce « crédit intermédiaire » présente la singularité de former un circuit particulier entre l'épargne populaire et l'amortissement de la dette publique. Ce montage permet à la fois de favoriser une démocratisation des marchés, un développement du bien-être social, une stabilisation financière de l'Etat, sans recourir à la contrainte de la fiscalité.

« Les contributions excessives qui ont pour objet de former un fonds d'amortissement, découragent l'industrie et rendent plus pauvre, en faisant perdre la seule source de la richesse publique. Les hommes qui ont le plus disertement écrit sur les moyens de libérer les grands Etats, leur ont désiré un *crédit intermédiaire*, qui, avec des fonds à un ou un demi pour 100 de moins d'intérêt, rachetât sans cesse les rentes du Gouvernement, pour faire un fonds d'amortissement composé de tout ce que le taux le plus bas peut procurer d'avantage. Mais à une dette, l'ouvrage de plus d'un siècle, on a l'injustice

3 Nous ne connaissons ni la date de naissance, ni celle de décès d'André-Jean de La Rocque. Il nous apprend lui-même dans différents écrits une partie de sa carrière. Après ses études de droit et il accéda à la carrière d'avocat. Puis il devint le valet de Chambre de Reine à laquelle il restait dévoué. Esprit éclairé, il accueillit favorablement la Révolution et devint commis des finances à la Municipalité de Paris. La Rocque fit plusieurs démarches auprès de la Commune de Paris et du Comité de mendicité pour créer la caisse d'épargne et il créa même une association en faveur des enfants trouvés. Il est également l'auteur d'une brochure sur l'amortissement de la dette publique, publiée en 1792. Au procès de Louis XVI, La Rocque publia un pamphlet en faveur du monarque déchu. Poursuit par Robespierre, il réussit de quitter la France pour l'Angleterre en 1793. En Angleterre, La Rocque continuait ses travaux sur la prévoyance et les finances publiques. Le British Museum conserve encore certains de ses écrits. Le dernier ouvrage connu par nous date de 1813, publié en Angleterre, sous le titre de *Multiplions les hôpitaux et les secours, nous avons assez multiplié les académies, les écoles et les livres... Dédié à l'humanité... par un homme depuis vingt ans devenu cosmopolite*. Londres, impr. de Cox de Baylis, 1813.

souvent de vouloir une libération, l'ouvrage presque d'un jour. Ce n'est ni le lieu, ni à moi de commenter le célèbre adage de Frédéric Guillaume. En cette matière, plus qu'en aucune autre, il contient tout ce qu'on peut faire : *Les plus grandes choses, en dernière analyse, ne sont que le résultat d'une multitude de petites*⁴.

Ce mécanisme du crédit intermédiaire suppose l'existence d'un système dépositaire des fonds de prévoyance qui « ferait à la fois refluer dans la main du pauvre les trésors de la fortune, et rentrer dans les coffres de l'Etat, sous forme d'un fonds d'amortissement ». Cet établissement dépositaire « serait pour la Nation une Caisse de réduction d'intérêt et d'amortissement, et il donnerait à la classe laborieuse du peuple de véritables secours ».

La mise en place de la Caisse des dépôts et consignations aux côtés de la Caisse d'amortissement, en 1816, répond à une partie des plans de La Rocque. La spécialisation de cette institution dans la centralisation des fonds des caisses d'épargne, en 1837, puis dans la gestion quasi monopolistique des fonds de prévoyance, entre 1850 et 1945, lui apporte une sorte de justification historique. Reste à mieux cerner ce que pouvait être, à l'époque de la Révolution, ce que pourrait être, aujourd'hui, dans une Europe en quête de confédération et de mixité économique, ce « crédit intermédiaire » dont La Rocque a esquissé la représentation.

KRAMP, LAPLACE, LEGENDRE ET DUVILLARD

Le Dr. Kramp, docteur en médecine de la Faculté de Strasbourg, présente à l'Académie des sciences, au printemps 1789, un *Traité sur la durée probable de la vie humaine, et sur les rentes et apparences qui en dépendent*.

Ce traité a semble-t-il disparu et nous ne le connaissons qu'au travers des remarques apportées par ses examinateurs, Laplace et Legendre, en particulier. Kramp inclut dans sa démonstration un grand nombre des données acquises par l'arithmétique politique mais ses censeurs soulignent la nouveauté de certains des éléments qu'il propose. « *Le premier (élément nouveau) est relatif à la dette d'un Etat qui ne consisterait qu'en rentes viagères. L'auteur suppose que ces rentes soient payées en tout ou en partie par de nouveaux emprunts viagers, sur des constituants d'un même âge, et il cherche ce que doit devenir le capital de la dette publique au bout d'un certain nombre d'années, et dans quel cas ce capital doit augmenter indéfiniment, ou décroître, lorsque la partie des intérêts payés sur les fonds publics est suffisante* ». En 1789, à quelques mois des Etats généraux et des émeutes

⁴ Caisse générales des épargnes du peuple, 1786, Bruxelles.

⁵ Chrétien Kramp, né à Strasbourg, mort à la même ville vers 1828. Médecin successivement à Strasbourg, à Paris, à Meissenheim, à Spire et à Cologne, il devint professeur de chimie et de physique expérimentale à l'Ecole centrale du département de la Roer, puis professeur de mathématiques et doyen de la faculté des sciences à Strasbourg en 1809, fonction qu'il remplit jusqu'à sa mort. Le Dr Kramp est l'auteur de nombreux traités et mémoires scientifiques, publiés en allemand et en français, sur l'aréostatique, la médecine, l'astronomie, les mathématiques.

révolutionnaires, Laplace et Legendre estiment en toute sérénité que « *la question est intéressante, surtout par les applications qu'on en peut faire dans les circonstances actuelles* ». Cette question, que la Caisse des retraites de 1850 connaîtra en son entier, malgré l'euphorie du moment devant une innovation réalisée, reste d'une importance décisive deux siècles plus tard, appliquée à la transition du régime de la capitalisation à celui de la répartition.

La pédagogie est l'un des motifs favoris des Lumières, il s'applique à la philosophie, à la politique, à l'administration comme aux pratiques financières. Emmanuel Duvillard⁶, agent de commerce et savant genevois, consacre une existence ingrate et besogneuse au double souci de l'approfondissement des connaissances scientifiques et à leur diffusion dans le public. Auteur d'innombrables traités et mémoires de mathématiques financières appliquées, actuaire de la Compagnie royale d'assurance sur la vie, disciple de Condorcet et candidat désespérément malheureux au fauteuil de l'Académie, Duvillard, dès 1784, offre aux populations son « Cours de Mathématiques », destiné à l'amélioration des techniques commerciales et bancaires. Les quelques extraits produits ici, en fac-similés, donneront au lecteur de cette fin de xx^e siècle quelque idée des préoccupations de leurs ancêtres à la veille de la Révolution. Toutefois, les initiatives répétées de cet apôtre de la vulgarisation financière laissent supposer, en l'état encore précaire de nos données, que ses efforts ne furent guère couronnés de succès.

212

Quelques années plus tard, Lavoisier, Condorcet, élaborent un vaste programme de recherche avec ce même Duvillard, au sein de la « Société de 1789 », club ou salon de Condorcet, haut-lieu de la pensée girondine. Les trois savants créent même une institution particulière, à cette fin de formation des acteurs financiers : le Bureau d'arithmétique politique, installé dès 1789 au sein de la Trésorerie publique et dont le siège se trouve au n° 42, quai des Grands-Augustins. Nommé directeur de cette structure éphémère, moitié école, moitié bureau d'études, Duvillard y entame vingt ans de recherches en « mathématique sociale », concept forgé par son maître Condorcet, et pour lui panacée de tout progrès d'une société. « La nécessité de connaître précisément la charge de la dette publique, de chercher les meilleurs moyens de la liquider, de former des tables de la valeur de la nue propriété des biens nationaux donnés à bail emphytéotique et à vie ; du paiement de ces biens par annuités, d'avoir au besoin des formes d'emprunt ou de remboursements mieux combinées que les précédentes ; celle de connaître la population dans

⁶ Emmanuel-Etienne Duvillard de Durand est né à Genève le 2 avril 1755, mort à Paris le avril 1832. Descendant d'une famille française réfugiée en suisse après la Révocation de l'édit de Nantes, Duvillard vint s'installer à Paris en 1773. Employé au début au Contrôle général sous le ministère de Turgot, ensuite il entra au Trésor royal. Il fut engagé en 1787 par Etienne Clavière à la Compagnie royale d'assurances sur la vie comme actuaire. Sous la Révolution, il quitta la Royale-vie pour entrer dans la Trésorerie publique. Nommé correspondant de la classe des Sciences morales et politiques de l'Institut en 1796, membre du Corps législatif en 1799, attaché au ministère de l'intérieur et chargé du travail de la statistique de la population, Duvillard se retira de la vie publique sous la Restauration et passa le reste de sa vie, à Montmorency, dans les études solitaires. Duvillard laisse un très grand nombre d'écrits, pour la plupart inédits, sur la statistique, les mathématiques appliquées, les financiers et la prévoyance. Il est surtout connu comme l'auteur d'une table de mortalité qui porte son nom et demeurait jusqu'en 1894 la référence principale, avec celle de Deparcieux, des compagnies d'assurances françaises.

ses différentes divisions de sexes, d'âges, les faits de la statistique et les rapports qu'ils ont entre-eux ; celle d'éclairer la jurisprudence dans les affaires où il s'agit de l'évaluation et de la répartition entre cohéritiers des capitaux de rentes viagères ; d'évaluer avec exactitude les droits du fisc sur les biens vendus à vie ; le droit de retrait que les vendeurs ont, dans ce même cas, à payer aux acquéreurs ; la retenue que les rentes viagères doivent supporter lorsque les rentes perpétuelles y sont agrégatives ; le projet d'établir l'unité le poids, de monnaies, de mesures ; une caisse d'amortissement, des caisses d'accumulation des épargnes, non seulement pour les employés, mais pour les individus ; une foule de questions d'arithmétique politique, enfin, dont la solution était nécessaire à la législation et à l'administration, pour agir sûrement et pour élever l'une et l'autre au niveau des lumières, tel était le but de Condorcet, Lavoisier et moi nous nous proposons de remplir au moyen de cet établissement. »

Devant l'impossibilité, constatée au cours du XVIII^e siècle et qui sera dramatiquement démontrée sous la Révolution, de créer en France un système de crédit à l'anglaise, les innovateurs financiers français s'efforcent de construire un autre modèle qui attache la masse des citoyens à la prospérité de la nation. L'efficacité de cette alliance trouve son expression mathématique dans la gestion des grands nombres et de la longue durée comme, en termes politiques, dans les notions nouvelles d'égalité et de démocratie. Le crédit se nourrit de l'épargne du Peuple, l'Etat comme le citoyen assurent leur devenir en accumulant des réserves longues. Il faudra attendre 1850, pour que ce grand mécanisme financier, réactualisé par les hommes de 1848, trouve sa pleine réalité.

213

Les innovateurs des Lumières perçoivent déjà les liens entre les différents éléments du système global qu'ils imaginent, unissant l'épargne populaire aux finances publiques sur la longue durée. Ils veulent transformer les épargnes des peuples en flux financiers dans le circuit économique de la nation, établir de la sorte un circuit de crédit parallèle au circuit bancaire ordinaire. Les innovations techniques fournissent à la future construction, pour reprendre les formules des probabilistes, un « motif à croire » et un « motif d'espérer ».

Cette originalité du modèle français peut s'expliquer par les défaillances du système de crédit public, tout au long du XVIII^e siècle. Depuis la catastrophe de Law, le crédit de l'Etat est irrémédiablement ébranlé, sa position en matière d'emprunt est d'autant plus précaire que la France n'a pas su se doter d'une institution puissante comme la Banque d'Angleterre, qui est, selon Adam Smith *a great engine of State*. Le « Commerce » et la « Finance », deviennent de jour en jour deux entités opposées, séparées sinon antagonistes. Devant l'impossibilité de fonder une alliance entre l'Etat et le Capital, comme en Angleterre, les Français proposent, en s'appuyant sur les ressources des intérêts composés et des probabilités qui permettent la valorisation des épargnes individuelles, une alliance entre le Travail et l'Etat.

Les effondrements des premières politiques financières de la Révolution ne permettent pas de donner une réalité à ces généreuses innovations. Pourtant, cette conception d'un circuit privilégié prévoyance-crédit de l'Etat résiste au découragement général. Différents auteurs, qui ont pu traverser sans trop de

dommages la période révolutionnaire, entretiennent et perfectionnent des modèles qui obtiendront une traduction au moins partielle dans les années de la Restauration.

Ainsi, dans un traité resté inédit, rédigé à partir de 1795, Duvallard exprime clairement la rationalité de ce circuit dont il continuera de défendre les mérites jusqu'à sa mort, après 1830. Ses idées ont, au reste, très largement inspiré les législateurs de 1816, dans la construction du premier code de finances de la France.

« On observera d'abord que conséquemment à ce que nous avons établi dans le discours préliminaire, l'économie qui aurait produit une telle somme et le remboursement qui en serait résulté de la dette publique auraient considérablement diminué le taux de l'intérêt ; de sorte que celui que payerait la caisse ne serait plus de 4 p. % et que les mêmes impositions nécessaires pour le payement des arrérages de la dette publique actuelle suffiraient au-delà à payer longtemps ces intérêts.

2° On a vu que cet établissement pouvait faire valoir ses fonds en escomptant les expectatives et même opérer sans qu'il soit nécessaire de lui rien payer et par conséquent sans qu'il soit obligé de faire valoir aucun fonds.

3° On pourrait multiplier les établissements connus sous le nom de Mont-de-piété avec cette différence que tandis que ces établissements ne prêtent qu'à 10 p. %, ou pourrait alors prêter au moins de 4 à 5 p. % tous frais faits.

4° On pourrait employer une partie des fonds à établir des ateliers et des manufactures de différentes espèces, telle que de draps, de toiles, de soie, d'eau-de-vie, d'acier, d'instrument, etc. que nous avons démontré si nécessaires, et cela avec autant de facilité qu'on en a eu à établir les manufactures nationales de tapisserie, de glaces, de porcelaine, d'armes, de tabac... qui existent déjà ; entretenir ainsi un grand nombre d'ouvriers utiles qui travaillent à la tâche, lui rendaient la valeur de leurs entretiens accrus d'un bénéfice, il pourrait bientôt acquitter le capital et les intérêts.

5° Le gouvernement pourrait employer une autre partie de ces sommes à exploiter des mines, à dessécher des marais, à construire des canaux qui facilitent le transport des marchandises en économisant sur les frais, donnerait plus de vie au commerce et un revenu à l'Etat, à établir des roulages, des voitures publiques, des vaisseaux de transports armés, des machines de toutes espèces, etc.

6° On pourrait former des banques et des caisses d'escompte semblables à celle qui existait déjà à Paris, escompter le papier des banquiers, marchands accrédités comme le serait cette compagnie. Des gens comptables, intéressés à conserver leur place en responsables de leur gestion, choisis parmi les banquiers et gens d'affaires, sauraient bien prêter toutes les mesures nécessaires pour faire ces opérations avec la société.

De plus, on pourrait établir des banques rurales et ne prêter que sous l'hypothèque, et j'insisterai principalement sur l'établissement de ces banques rurales parce que ni le travail ni la substance des villes ne pouvant augmenter qu'en proportion de l'accroissement de la demande des campagnes, et cette demande ne pouvant s'élever qu'en raison des progrès de l'amélioration et de

la culture, il importe premièrement de favoriser l'agriculture, de mettre le plus de propriétaires en état de faire valoir eux-mêmes leurs fonds de terre en leur fournissant les avances qui leur manquent ; et ce qui serait encore plus avantageux, de mettre des fermiers en état de devenir propriétaires fonciers, afin que la portion considérable du bénéfice qu'il faut donner à la rente de la terre, servir par la suite à de nouvelles améliorations, ensuite on pourra seconder les manufactures, puis le commerce étranger, surtout le commerce maritime, lequel ne peut jamais être fait avec toute l'étendue possible par de simples particuliers ni même par des compagnies qui profitent trop d'ailleurs des difficultés qu'on éprouve à l'établir ».

En 1816, au moment où les Chambres votent enfin, après un automne et un hiver très turbulents, la loi de finances du 28 avril 1816 qui organise enfin les grands fondements de l'appareil financier français (réforme de la Bourse, du Trésor ou de la Banque de France, création novatrice de la Caisse des dépôts et consignations), l'académicien Sylvestre Lacroix résume en quelques équations définitives les différents éléments du système idéal de finances, conçu ou rêvé par ses prédécesseurs européens, arithméticiens politiques et mathématiciens sociaux, avant la Révolution.

ANNEXE

215

TRAITÉ SUR LA DURÉE PROBABLE DE LA VIE

Nous avons examiné par ordre de l'Académie, M. Laplace et moi, un Traité sur la durée probable de la vie humaine, et sur les rentes et apparences qui en dépendent, par M. Kramp, docteur en médecine de la faculté de Strasbourg.

On ne peut répondre analytiquement les différents problèmes qui dépendent de la durée probable de la vie humaine, sans établir d'abord une équation de la ligne de mortalité qui représente à peu près les meilleures tables connues. Dans cette recherche il faut surtout concilier la simplicité de la formule avec son exactitude et c'est ce qui n'a point encore été fait jusqu'à présent. M. Kramp trouve qu'on peut satisfaire à ces deux conditions en supposant que les ordonnées de la courbe de mortalité suivent la loi d'une suite récurrente dont l'échelle a deux termes. En effet la formule qui résulte de cette supposition est assez simple et s'accorde suffisamment avec les tables depuis l'âge de 15 ans jusqu'à celui de 80 ans. Il paraît qu'on ne pourrait donner à la formule une plus grande étendue qu'en la compliquant davantage et en augmentant beaucoup les difficultés selon son application.

L'équation de la ligne de mortalité étant connue et adaptée à différentes tables, savoir celle de Simpson, Deparcieux, Wargentin, Süssmilch etc. L'auteur en fait usage pour résoudre par voie d'analyse, et suivant la théorie ordinaire des probabilités, un grand nombre de problèmes relatifs à son sujet.

Les uns concernent la durée probable de la vie pour un âge donné, celle de la coexistence de deux personnes, de trois ou d'un nombre infini ; les autres ont pour objet de déterminer la valeur actuelle des rentes et annuités sur une tête, celle des rentes sur deux têtes, sur trois, et enfin celles des rentes qui ne sont attribuées à une personne que dans le cas de sa survivance à quelques autres. L'auteur s'occupe aussi dans un chapitre particulier du calcul des tontines simples et composées. Ces différents objets sont traités d'une manière assez rigoureuse, à l'aide de la formule de M. Kramp ; Mais il arrive quelque fois que cette formule donnerait des résultats trop compliqués, et alors l'auteur est réduit ou à indiquer les calculs ou à les effectuer dans l'hypothèse que la ligne de mortalité soit une lignée droite.

Outre les objets dont nous venons de faire l'énumération, lui-même en distingue deux autres qui ont donné lieu à son ouvrage et qu'il a traité dans deux chapitres séparés.

Le premier est relatif à la dette d'un Etat qui ne consisterait qu'en rentes viagères. L'auteur suppose que ces rentes soient payées en tout ou en partie par de nouveaux emprunts viagers, sur des constituants d'un même âge, et il cherche ce qui doit devenir le capital de la dette publique au bout d'un certain nombre d'années, et dans quel cas ce capital doit augmenter, ou décroître, lorsque la partie des intérêts payée sur les fonds publics est suffisante.

La seconde question que l'auteur se propose et qu'il traite dans le chapitre 5 est relative à l'établissement des rentes. Il s'agirait de déterminer par le calcul peut être le rapport entre le nombre de mariages et celui des veuves dans une société quelconque. M. Kramp essaie de déterminer ce rapport d'après un grand nombre de suppositions : mais ces suppositions nous paraissent trop précaires pour qu'il y ait quelques conséquences à tirer de ces calculs.

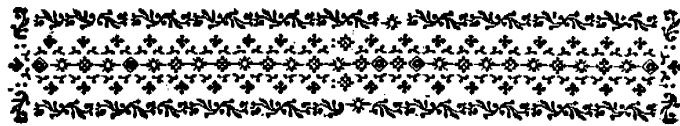
Nous pensons que sur ce point le calcul est suffisant, et qu'il faut avoir recours uniquement à l'expérience.

L'ouvrage de M. Kramp est terminé par un recueil de tables dont l'âge de l'explication donnent lieu à l'auteur de répondre à un grand nombre de nouveaux problèmes et d'expliquer quelques méthodes d'approximation déjà opposées par Simpson, Price et Tetens. Parmi ces tables se trouvent celles de Halley, Simpson, Deparcieux, Wargentin, et un grand nombre d'autres tirées de différents auteurs allemands, lesquels n'ont point encore publiés en France.

Nous aurions désiré dans l'ouvrage dont nous venons de rendre compte un peu plus de clarté, une moindre profusion de problèmes pathétiques, et parfois des méthodes analytiques plus simples et plus uniformes : mais, d'un autre côté ses connaissances mathématiques de cet ouvrage suppose l'exactitude avec laquelle certains problèmes y sont traités par la nouvelle formule et le soin qu'à pris l'auteur de rassembler des tables qui peuvent être utiles dans quelques opérations de finance, sont des titres qui nous paraissent suffisants pour mériter les éloges.

Fait à l'Académie le 16 mai, 1789

LAPLACE, LEGENDRE



D'UN
ÉTABLISSEMENT PUBLIC
POUR PAYER DES
PENSIONS À DES VEUVES,
FONDÉ SUR LES PRINCIPES LES PLUS SOLIDES
DE LA PROBABILITÉ.

§. I.

D'abord un tel établissement doit être en état de faire bien valoir les fonds qui lui seront confiés. Donc pour rendre mes recherches générales, je supposerai qu'un capital de 100 Roubles puisse être augmenté tous les ans de c Roubles, de sorte que chaque centaine de Roubles s'accroisse après un an à $100 + c$ Roubles. De là un Capital quelconque, qui est à présent $= C$ deviendra au bout d'un an $= \left(\frac{100+c}{100}\right) C$, au bout de deux ans $= \left(\frac{100+c}{100}\right)^2 C$, au bout de trois ans $= \left(\frac{100+c}{100}\right)^3 C$ et en général au bout de n ans $= \left(\frac{100+c}{100}\right)^n C$. Or pour abrégier je mettrai $\frac{100+c}{100} = k$; de sorte qu'un capital, qui est à présent $= C$, croitra après n ans à la somme $k^n C$ D'où il s'ensuit reciproquement, qu'une Somme quelconque

A 2

que

125. La théorie des *caisses d'épargne* ne diffère pas beaucoup de celle des rentes viagères sur une seule tête; et celle des caisses par le moyen desquelles on assure des pensions aux veuves, ressemble beaucoup à celle des rentes viagères sur deux têtes.

Dans les établissemens de la première espèce, chaque associé donne, soit une somme une fois payée, soit une somme annuelle, pour avoir droit à une pension dans un âge avancé, ou à des secours en cas de maladie. Il est aisé de voir que pour le premier cas, si S désigne la somme donnée pour recevoir une pension s , après un nombre n d'années, les sommes étant rapportées à l'époque du placement, on aura l'équation

$$S = \frac{s}{v} \left\{ \frac{v^n}{(1+i)^n} + \frac{v^{n+1}}{(1+i)^{n+1}} + \text{etc.} \right\}.$$

Formule du calcul de la rente pour les déposants des caisses d'épargne
 Silvestre-François Lacroix, « *Traité élémentaire du calcul des probabilités* »
 Paris. 1816.

Si on paie des sommes annuelles S , S_1 , S_2 , etc., il faudra substituer à S la suite

$$S + \frac{v_1 S_1}{v(1+i)} + \frac{v_2 S_2}{v(1+i)^2} + \text{etc.}$$

C'est à ce cas que reviennent les retenues que l'on fait aux employés dans certaines administrations, pour leur assurer des pensions de retraite.

Formule du calcul de l'établissement de la pension de retraite. (Ibid.)

124. L'espèce de *tontine* la plus simple, n'est au fond qu'une annuité à terme probable; car dans ce placement, où les rentiers survivans héritent de ceux qui sont décédés, le banquier paie tous les ans la même somme, jusqu'à l'entière extinction de la classe des rentiers du même âge. Supposant que S soit la somme qu'ils ont placée en commun, s celle que le banquier leur paie chaque année, et n le nombre d'années qui doit s'écouler jusqu'au terme de la Table de mortalité, on aura

$$S = s \left\{ \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right\},$$

Formule du calcul de la tontine. (Ibid.)